

แบบทดสอบก่อนเรียน

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 (ค32204)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

คำชี้แจง แบบทดสอบชุดนี้มีทั้งหมด 10 ข้อ ใช้เวลา 15 นาที

คำสั่ง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✕ ลงในช่องตัวเลือกในกระดาษคำตอบที่เห็นว่าถูกต้องที่สุด
เพียงคำตอบเดียว

1. สำนวเด็กกลุ่มหนึ่งมีจำนวน 10 คน พบว่าชอบเล่นกีฬามี 4 คน ชอบเล่นดนตรี 3 คน และชอบเล่นเกมสมี 3 คน ถ้าสุ่มเลือกเด็ก 1 คนจากกลุ่มนี้ ความน่าจะเป็นที่จะได้เด็กที่ชอบเล่น กีฬาหรือเล่นดนตรีเท่ากับข้อใด

- | | |
|--------|--------|
| ก. 0.4 | ข. 0.5 |
| ค. 0.6 | ง. 0.7 |
| จ. 1 | |

2. มีสลาก 6 ใบ กำหนดหมายเลข 1 – 6 สุ่มหยิบสลาก 2 ครั้ง ๆ ละ 1 ใบ ถ้าครั้งแรกได้เลขคู่ให้ ใส่สลากนั้นกลับคืนก่อนหยิบครั้งที่สอง แต่ถ้าครั้งแรกหยิบได้เลขคี่ ให้หยิบครั้งที่สองต่อโดยไม่ใส่ สลากนั้นกลับคืน จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ครั้งที่สองเป็นเลขคู่เท่ากับเท่าใด

- | | |
|---------|---------|
| ก. 0.45 | ข. 0.55 |
| ค. 0.58 | ง. 0.70 |
| จ. 0.78 | |

3. ในการทอดลูกเต๋าสองลูก 1 ครั้งพร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของแต้มของลูกเต๋าทั้งสองลูก จะเป็นเลขที่หารด้วย 4 ไม่ลงตัว มีค่าเท่ากับเท่าใด
- ก. 0.68 ข. 0.72
ค. 0.75 ง. 0.80
จ. 0.95
4. ในโรงเรียนแห่งหนึ่ง พบว่ามีนักเรียนที่ชอบรับประทานกล้วยเดี่ยวหรือข้าวผัด 60% ชอบรับประทานกล้วยเดี่ยว 41% ชอบรับประทานข้าวผัด 28% ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้จะเป็คนที่ชอบรับประทานกล้วยเดี๋ยวย่างเดียว
- ก. 0.20 ข. 0.25
ค. 0.28 ง. 0.30
จ. 0.32
5. ดึงไพ่ 4 ใบ ออกจากไฟสำหรับหนึ่งซึ่งมี 52 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ไฟที่มีหมายเลข 10 อย่างน้อย 1 ใบ
- ก. 0.30 ข. 0.28
ค. 0.25 ง. 0.24
จ. 0.20
6. ถ้าทอดลูกเต๋า 2 ลูก ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มของลูกเต๋ามีค่าเป็นจำนวนคู่ และ B เป็นเหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มของลูกเต๋ามีค่ามากกว่า 6 จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $A - B$
- ก. $\frac{9}{11}$ ข. $\frac{7}{11}$
ค. $\frac{6}{11}$ ง. $\frac{4}{11}$
จ. $\frac{3}{11}$

7. ในจำนวนนักเรียน 100 คน มีผู้ชอบเล่นกีฬา 50 คน ชอบดนตรี 30 คน และชอบทั้งกีฬาและดนตรี 10 คน ความน่าจะเป็นที่นักเรียนกลุ่มนี้จะชอบกีฬาหรือดนตรีเท่ากับเท่าใด
- ก. 0.70 ข. 0.75
ค. 0.80 ง. 0.85
จ. 0.90

8. ความน่าจะเป็นที่มันจะซื้อเสื้อสีแดงเท่ากับ $\frac{2}{5}$ และจะซื้อเสื้อเหลืองเท่ากับ $\frac{1}{3}$ ถ้าความน่าจะเป็นที่มันจะซื้อเสื้ออย่างน้อย 1 ตัว เท่ากับ $\frac{3}{5}$ แล้วความน่าจะเป็นที่เขาคจะซื้อเสื้ออย่างมาก 1 ตัว เท่ากับเท่าใด

$$\begin{array}{r} \text{ဂ.} \quad \frac{7}{15} \\ \text{ဓ.} \quad \frac{11}{15} \\ \text{ည.} \quad \frac{14}{15} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 7. \overline{) 15} \\ 8 \\ 7. \overline{) 15} \end{array}$$

9. ในขวดโหลมีลูกแก้วสีขาว 4 ลูก สีแดง 5 ลูก โดยที่ทุกลูกมีขนาดเท่ากัน สุ่มหยิบลูกแก้วมา 3 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีขาวอย่างมาก 2 ลูก

$$\begin{array}{r} \text{ဂ.} \quad 17 \\ \quad 21 \\ \quad 35 \\ \text{ဓ.} \quad \hline \quad 42 \\ \quad 35 \\ \text{ည.} \quad \hline \quad 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \text{ආ.} \quad \hline 42 \\ 20 \\ \text{ග.} \quad \hline 21 \end{array}$$

10. มินจุ่งเข้าสอบสองวิชาคือ คณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ พบว่าความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่าน
 วิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ $\frac{2}{5}$ ความน่าจะเป็นที่เขาสอบไม่ผ่านวิชาภาษาอังกฤษเท่ากับ $\frac{2}{3}$
 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านอย่างน้อย หนึ่ง วิชาเท่ากับ $\frac{3}{5}$ ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่าน
 ทั้งสองวิชาเป็นเท่าใด

ก. $\frac{1}{13}$

ข. $\frac{2}{13}$

ค. $\frac{2}{15}$

ง. $\frac{4}{15}$

จ. $\frac{12}{15}$



กระดานคำตอบ แบบทดสอบก่อนเรียน
เรื่อง กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

ข้อที่	ก	ข	ค	ง	จ
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					



กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

การคำนวณหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ตั้งแต่ 2 เหตุการณ์ขึ้นไป หรือ เหตุการณ์ที่มีเงื่อนไขปฏิเสธ ในบางครั้งหากคำนวณหาความน่าจะเป็นตามเงื่อนไข โดยตรงแล้วอาจจะทำให้เสียเวลา และเนื่องจากเหตุการณ์เป็นเซต ดังนั้นสามารถ นำสมบัติของเหตุการณ์มาอธิบายในเรื่องการคำนวณความน่าจะเป็นได้

เอกสารประกอบการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่มที่ 8 กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น แบ่งเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 ความน่าจะเป็นของยูเนียนของเหตุการณ์

ตอนที่ 2 ความน่าจะเป็นของคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์

และความน่าจะเป็นของผลต่างระหว่างเหตุการณ์ .



เนื่องจากเหตุการณ์เป็นเซต ดังนั้นเราสามารถดำเนินการ
เกี่ยวกับการกระทำระหว่างเหตุการณ์ได้เช่นเดียวกับเซตนะคะ



นักเรียนทบทวนเกี่ยวกับการดำเนินการสำหรับเหตุการณ์
จากกิจกรรม การดำเนินการระหว่างเหตุการณ์ได้เลยค่ะ





จุดประสงค์การเรียนรู้ หาแซมเปิลสเปซและเหตุการณ์ของการกระทำระหว่างเหตุการณ์ได้

คำสั่ง จากภาพจำลองของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงร่างรูปภาพให้สอดคล้องกับการดำเนินการระหว่างเหตุการณ์ในแต่ละข้อ

$E_1 \cup E_2$	S 	S
$E_1 \cap E_2$	S 	S
$E_1 - E_2$	S 	S
E_1'	S 	

ตอนที่ 1

ความน่าจะเป็นของยูเนียนของเหตุการณ์



ตอนที่ 1

ความน่าจะเป็นของยูเนียนของเหตุการณ์

ความน่าจะเป็นของยูเนียนของเหตุการณ์ เป็นการหาค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์สองเหตุการณ์ที่ดำเนินการระหว่างเหตุการณ์ด้วยตัวกระทำคือ ยูเนียน (Union) โดยอาศัยสมบัติของเซต คือ $A \cup B = A + B - (A \cap B)$ ซึ่งสามารถอธิบายเป็นกฎของความน่าจะเป็นได้ดังนี้

ให้ S เป็นปริภูมิตัวอย่าง ซึ่งเป็นเซตจำกัด และ A, B เป็นเหตุการณ์ใด ๆ

กฎข้อที่ 1 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

กฎข้อที่ 2 ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

ก่อนอื่นมาทบทวนการดำเนินการระหว่างเหตุการณ์ โดยใช้ตัวกระทำ คือ ยูเนียน (Union) และอินเตอร์เซกชัน (Intersection) กันนะคะ



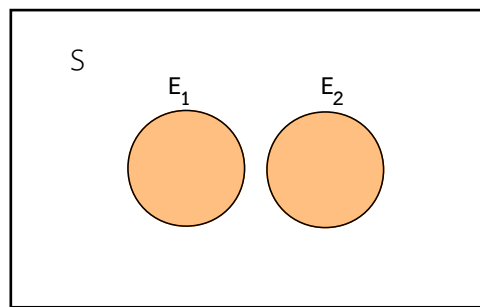


ยูเนียนของเหตุการณ์ (Union of events)

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์แล้ว ยูเนียนของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 คือ เหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 หรือของเหตุการณ์ E_2 หรือทั้งสองเหตุการณ์ เขียนแทนยูเนียนของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ด้วยสัญลักษณ์ $E_1 \cup E_2$

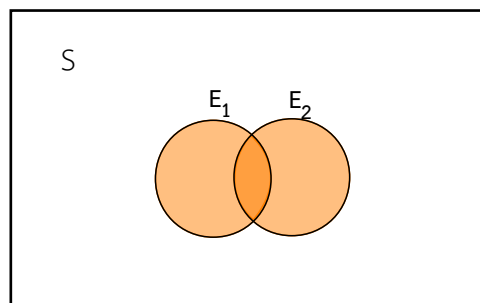
สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเหตุการณ์ E_1 กับเหตุการณ์ E_2 ผลลัพธ์ $E_1 \cup E_2$ แสดงด้วยการแรเงาพื้นที่ในแผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์ ได้ 5 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 E_1 และ E_2 ไม่มีส่วนที่เกิดร่วมกัน ดังแผนภาพ



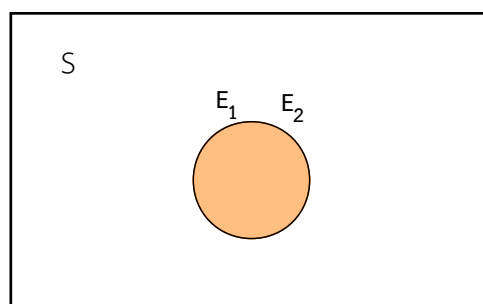
$E_1 \cup E_2$ คือส่วนที่แรเงา

กรณีที่ 2 E_1 และ E_2 มีส่วนที่เกิดร่วมกัน ดังแผนภาพ



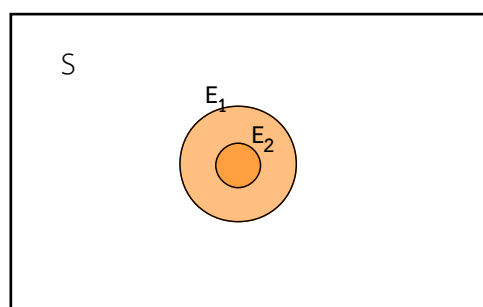
$E_1 \cup E_2$ คือส่วนที่แรเงา

กรณีที่ 3 $E_1 = E_2$ แสดงส่วนที่แรเงา ดังแผนภาพ



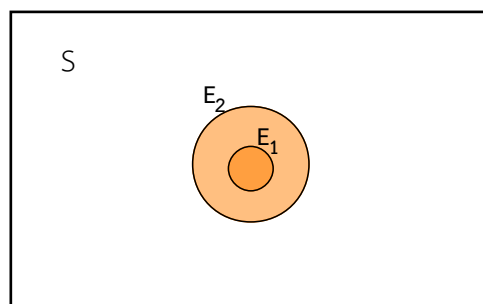
$E_1 \cup E_2$ คือส่วนที่แรเงา

กรณีที่ 4 $E_2 \subset E_1$ แสดงส่วนที่แรเงา ดังแผนภาพ



$E_1 \cup E_2$ คือส่วนที่แรเงา

กรณีที่ 5 $E_1 \subset E_2$ แสดงส่วนที่แรเงา ดังแผนภาพ



$E_1 \cup E_2$ คือส่วนที่แรเงา

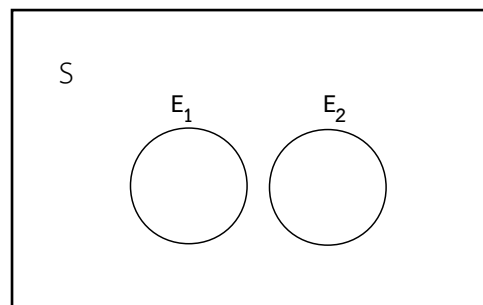


อินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ (Intersection of events)

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์แล้ว อินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 คือ เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ทั้งในเหตุการณ์ E_1 และเหตุการณ์ E_2 เขียนแทนอินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ด้วยสัญลักษณ์ $E_1 \cap E_2$

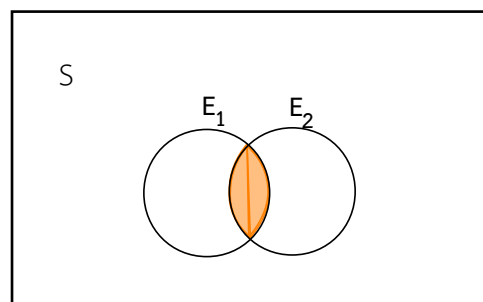
สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเหตุการณ์ E_1 และเหตุการณ์ E_2 ผลลัพธ์ของ $E_1 \cap E_2$ ด้วยการพื้นที่แรเงาในแผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์ ได้ 5 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 E_1 และ E_2 ไม่มีส่วนที่เกิดร่วมกัน ดังแผนภาพ



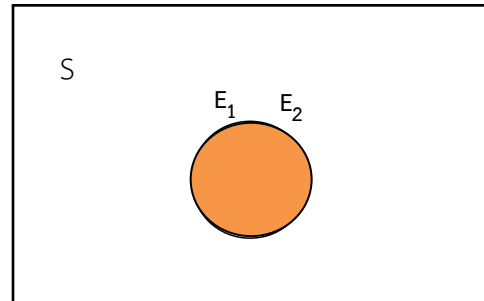
$E_1 \cap E_2$ คือ $\emptyset$

กรณีที่ 2 E_1 และ E_2 มีส่วนที่เกิดร่วมกัน ดังแผนภาพ



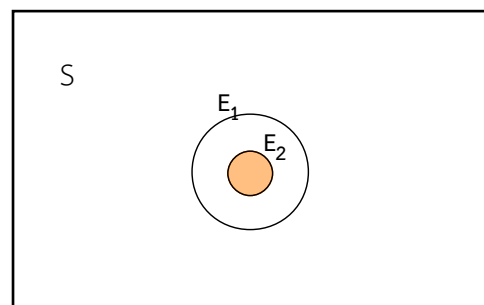
$E_1 \cap E_2$ คือ ส่วนที่แรเงา

กรณีที่ 3 $E_1 = E_2$ แสดงดังแผนภาพ



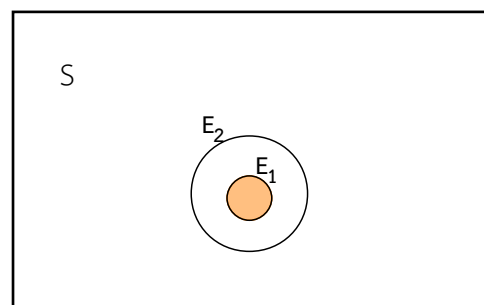
$E_1 \cap E_2$ คือ E_1 หรือ $E_1 \cap E_2$ คือ E_2

กรณีที่ 4 $E_2 \subset E_1$ แสดงส่วนที่แรเงา ดังแผนภาพ



$E_1 \cap E_2$ คือ ส่วนที่แรเงา

กรณีที่ 5 $E_1 \subset E_2$ แสดงส่วนที่แรเงา ดังแผนภาพ



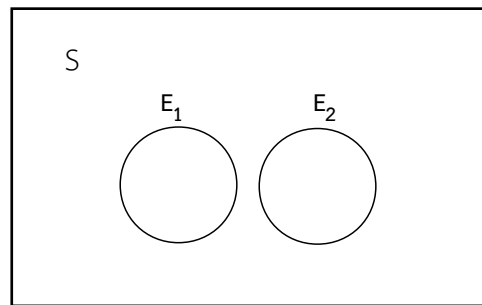
$E_1 \cap E_2$ คือ ส่วนที่แรเงา



เหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน (Mutually Exclusive events)

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ และ $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ แล้ว จะเรียกเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ว่าเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

สามารถแสดงเหตุการณ์ E_1 กับ E_2 ที่ไม่เกิดร่วมกันสามารถแสดงได้ด้วยแผนภาพของเวนน – ออยเลอร์ได้ดังนี้



$$E_1 \cap E_2 = \emptyset$$

ไปรู้จักกับกฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น
ข้อที่ 1 และข้อที่ 2 กันได้เลยนะคะ





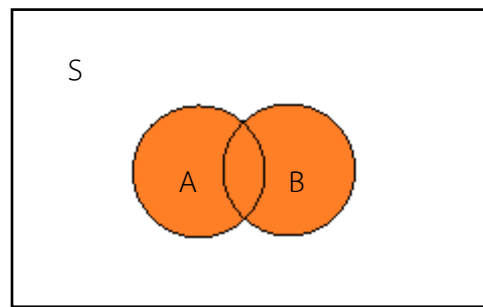
ความน่าจะเป็นของยูเนียนของเหตุการณ์สองเหตุการณ์

กฎข้อที่ 1

ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ โดยที่ $A \cap B \neq \emptyset$ แล้ว

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A หรือ B เมื่อ $A \cap B \neq \emptyset$



จากความรู้ในเรื่องเซต จะได้ว่า

$$A \cup B = (A) + (B) - (A \cap B)$$

ดังนั้น เมื่อพิจารณาเกี่ยวกับจำนวนของสมาชิกในเซต

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

เนื่องจาก $n(S) \neq \emptyset$ ดังนั้นจะนำ $n(S)$ หารทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{n(A \cup B)}{n(S)} &= \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(S)} \\ \frac{n(A \cup B)}{n(S)} &= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} \end{aligned}$$

นั่นคือ
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ตัวอย่างที่ 8.1

พิจารณาการโยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่แต้มลูกเต๋ารั้งแต้มคู่หรือเหตุการณ์ที่ลูกเต๋ารั้งแต้มเป็นจำนวนเฉพาะ

วิธีทำ

แซมเปิลสเปซของการโยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง คือ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 ดังนั้น $n(S) = 6$

ถ้าให้ A แทน เหตุการณ์ที่ลูกเต๋ารั้งแต้มคู่

จะได้ $A = \{2, 4, 6\}$

และ B แทน เหตุการณ์ที่ลูกเต๋ารั้งแต้มเป็นจำนวนเฉพาะ

จะได้ $B = \{2, 3, 5\}$

ดังนั้น $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋ารั้งแต้มคู่หรือจำนวนเฉพาะ

เท่ากับ $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$



หรือถ้าใช้กฎข้อที่ 1 จะทำได้ดังนี้

จากตัวอย่างที่ 8.1 หากใช้กฎข้อที่ 1

ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ โดยที่ $A \cap B \neq \emptyset$ แล้ว

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

จะได้ว่า $A \cap B \neq \emptyset$

$$\text{ดังนั้น } P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

ซึ่งจะได้คำตอบที่เท่ากัน



ตัวอย่างที่ 8.2

ไฟสำหรับหนึ่งมี 52 ใบ แบ่งเป็น 4 ชุด ชุดละ 13 ใบ คือชุดโพล่า ชุดไฟแดง ชุดดอกจิก และชุดข้าวหลามตัด จงหาความน่าจะเป็นของการหยิบไฟหนึ่งใบและได้ไฟใบนั้นเป็นเลข 10 หรือดอกจิก

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ $n(S) = \binom{52}{1} = 52$

ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่หยิบได้ไฟหมายเลข 10 $n(E_1) = \binom{4}{1} = 4$

E_2 แทนเหตุการณ์ที่หยิบได้ไฟดอกจิก $n(E_2) = \binom{13}{1} = 13$

จะได้ $E_1 \cap E_2$ แทน เหตุการณ์ที่หยิบได้ไฟเลข 10 และเป็นดอกจิก

ดังนั้น $n(E_1 \cap E_2) = \binom{1}{1} = 1$

ดังนั้น $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52}$$

$$= \frac{16}{52}$$

$$= \frac{4}{13}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของการหยิบไฟหนึ่งใบและได้ไฟใบนั้นเป็นเลข 10 หรือ

ดอกจิกเท่ากับ $\frac{4}{13}$

ตัวอย่างที่ 8.3

ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์เป็น $\frac{1}{3}$
 และสอบผ่านวิชาเคมีเป็น $\frac{8}{15}$ ถ้าความน่าจะเป็นในการสอบผ่านอย่างมาก
 หนึ่งรายวิชาเป็น $\frac{1}{5}$ จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านอย่างน้อย
 หนึ่งรายวิชา

วิธีทำ ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่นักเรียนสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์ จะได้ $P(A) = \frac{1}{3}$
 B เป็นเหตุการณ์ที่นักเรียนสอบผ่านวิชาเคมี จะได้ $P(B) = \frac{8}{15}$
 เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ความน่าจะเป็นที่สอบผ่านอย่างมากหนึ่งรายวิชาเป็น $\frac{1}{5}$
 ซึ่งหมายถึง 3 กรณีต่อไปนี้ คือ

- (1) สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์แต่สอบไม่ผ่านวิชาเคมี
- (2) สอบผ่านวิชาเคมีแต่สอบไม่ผ่านวิชาคณิตศาสตร์
- (3) สอบไม่ผ่านทั้งวิชาคณิตศาสตร์และวิชาเคมี

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะสอบผ่านทั้งสองวิชาเท่ากับ

$$1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \quad \text{นั่นคือ} \quad P(A \cap B) = \frac{4}{5}$$

แสดงว่าเหตุการณ์ที่นักเรียนจะสอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งรายวิชาคือ $P(A \cup B)$

$$\begin{aligned} \text{จาก } P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{1}{3} + \frac{8}{15} - \frac{4}{5} \\ &= \frac{1}{15} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งรายวิชาเท่ากับ $\frac{1}{15}$

ตัวอย่างที่ 8.4

จากการสำรวจประชากรของหมู่บ้านแห่งหนึ่ง ปรากฏว่าความน่าจะเป็นของครอบครัวที่ทำไร่ข้าวโพดเท่ากับ 0.5 ความน่าจะเป็นของครอบครัวที่ทำไร่อ้อยเท่ากับ 0.7 และความน่าจะเป็นของครอบครัวที่ทำไร่ข้าวโพดและทำไร่อ้อยเท่ากับ 0.3 ถ้าเลือกครอบครัวมาหนึ่งครอบครัวอย่างสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่ครอบครัวดังกล่าวทำไร่ข้าวโพดหรือไร่อ้อย

วิธีทำ

ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่ครอบครัวทำไร่ข้าวโพด

B เป็นเหตุการณ์ที่ครอบครัวทำไร่อ้อย

$$\text{จะได้ } P(A) = 0.5$$

$$P(B) = 0.7$$

เนื่องจาก $A \cap B$ คือ เหตุการณ์ที่ครอบครัวทำไร่ข้าวโพดและไร่อ้อย

$$\text{จะได้ } P(A \cap B) = 0.3$$

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ครอบครัวทำไร่ข้าวโพดหรือไร่อ้อย นั่นคือ $P(A \cup B)$

จากกฎข้อที่ 1

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= 0.5 + 0.7 - 0.3 \\ &= 0.9 \end{aligned}$$

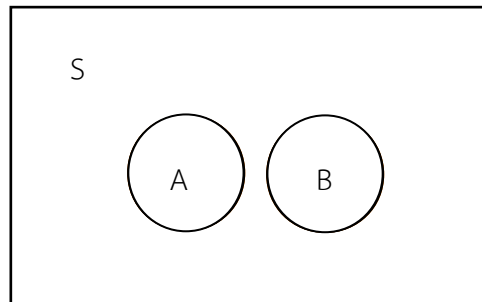
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ครอบครัวทำไร่ข้าวโพด หรือไร่อ้อยเท่ากับ 0.9

ค่อย ๆ ให้ความสนใจนะ
หากมีข้อสงสัยให้สอบถามครูผู้สอนทันทีค่ะ



กฎข้อที่ 2

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad \text{เมื่อ } A \cap B = \emptyset$$



ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A หรือ B เมื่อ $A \cap B = \emptyset$

เนื่องจาก $A \cap B = \emptyset$

ดังนั้น $P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$

จาก $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

จะได้ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - 0$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

นักเรียนคิดว่า กฎข้อที่ 1 และกฎข้อที่ 2
มีข้อแตกต่างกันอย่างไรคะ



ตัวอย่างที่ 8.5

การโยนลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์
ที่ผลรวมของแต้มบนหน้าลูกเต๋าทิ้งท้ายเท่ากับ 5 หรือ เหตุการณ์
ที่ผลรวมของแต้มบนหน้าลูกเต๋าทิ้งท้ายเท่ากับ 10

วิธีทำ

การทดลองสุ่มการโยนลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จะได้ $n(S) = 36$

ถ้าให้ A แทน เหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มบนหน้าลูกเต๋าทิ้งท้ายเท่ากับ 5

$$A = \{(1, 4), (2, 3), (4, 1), (3, 2)\}$$

และ B แทน เหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มบนหน้าลูกเต๋าทิ้งท้ายเท่ากับ 10

$$B = \{(4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$$

$$\text{พบว่า } A \cap B = \emptyset$$

$$\text{และ } A \cup B = \{(1, 4), (2, 3), (4, 1), (3, 2), (4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มบนลูกเต๋าทิ้งท้ายเท่ากับ

$$5 \text{ หรือ } 10 \text{ เท่ากับ } P(A \cup B) = \frac{7}{36}$$



หรือถ้าใช้กฎข้อที่ 2 จะทำได้ดังนี้

ถ้า พิจารณาจากกฎข้อที่ 2 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ เมื่อ $A \cap B = \emptyset$

$$\text{จะได้ } P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{4}{36} + \frac{3}{36}$$

$$= \frac{7}{36}$$

การคำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ข้างต้น
โดยวิธีปกติ หรือใช้กฎข้อที่ 2 ก็จะได้คำตอบที่เท่ากัน



ตัวอย่างที่ 8.6

 กำหนดให้ $S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$
 $A = \{3, 9, 15\}$ และ $B = \{5, 7, 11, 13\}$ จงหา $P(A \cup B)$
วิธีทำ จาก $S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$

$$A = \{3, 9, 15\} \quad , \quad P(A) = \frac{3}{8}$$

$$B = \{5, 7, 11, 13\} \quad , \quad P(B) = \frac{4}{8}$$

 เนื่องจาก $A \cap B = \emptyset$

$$\begin{aligned} \text{จาก } P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= \frac{3}{8} + \frac{4}{8} \\ &= \frac{7}{8} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 8.7

ในถุงใบหนึ่งมีลูกแก้ว 9 ลูก เป็นสีแดง 3 ลูก สีขาว 2 ลูก และสีฟ้า 4 ลูก ถ้าสุ่มหยิบลูกแก้วขึ้นมา 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่ได้ลูกแก้วเป็นสีแดงหรือสีฟ้า

วิธีทำ ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่สุ่มหยิบได้ลูกแก้วสีแดง $\therefore P(A) = \frac{3}{9}$

 ให้ B เป็นเหตุการณ์ที่สุ่มหยิบได้ลูกแก้วสีฟ้า $\therefore P(B) = \frac{4}{9}$

 ดังนั้น $A \cap B$ คือ เหตุการณ์ที่สุ่มหยิบได้ลูกแก้วสีแดงและสีฟ้า และเนื่องจากการสุ่มหยิบลูกแก้วเพียง 1 ลูก เหตุการณ์ที่สุ่มหยิบได้ลูกแก้วสีแดงและสีฟ้าจึงไม่เกิดขึ้น นั่นคือ $P(A \cap B) = \emptyset$

$$\begin{aligned} \text{จากกฎข้อที่ 2} \quad P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= \frac{3}{9} + \frac{4}{9} \\ &= \frac{7}{9} \end{aligned}$$

 ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สุ่มหยิบลูกแก้วได้เป็นสีแดงหรือสีฟ้าเท่ากับ $\frac{7}{9}$

ตัวอย่างที่ 8.8

สุ่มหยิบไพ่ 2 ใบ จากสำรับที่มีไพ่ 52 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ไพ่ที่มีแต้มหารด้วยสามลงตัว หรือไพ่ที่ขึ้นเป็นไพ่รูปหน้าคน

วิธีทำ

ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่หยิบได้ไพ่ที่มีแต้มหารด้วยสามลงตัว

$$\therefore P(A) = \frac{12}{36}$$

ให้ B เป็นเหตุการณ์ที่หยิบได้ไพ่รูปหน้าคน

$$\therefore P(B) = \frac{12}{36}$$

ดังนั้น $A \cap B$ คือเหตุการณ์ที่หยิบได้ไพ่ที่มีแต้มหารด้วยสามลงตัวและไพ่รูปหน้าคน

$$\therefore P(A \cap B) = \emptyset$$

จากกฎข้อที่ 2

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= \frac{12}{36} + \frac{12}{36} \\ &= \frac{24}{36} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่หยิบได้ไพ่ที่มีแต้มหารด้วยสามลงตัว

หรือไพ่รูปหน้าคนเท่ากับ $\frac{2}{3}$

ไปทำแบบฝึกได้แล้วคะ



แบบฝึกที่ 8.1

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาคความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็นได้

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำประกอบการหาคำตอบ ทุกข้อ

1. หยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับหนึ่งที่มี 52 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ไพ่ที่มีแต้ม 8 หรือเป็นโพแดง

วิธีทำ ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่ได้ไพ่ที่มีแต้ม 8

B เป็นเหตุการณ์ที่ได้ไพ่เป็นโพแดง

จะได้ $P(A) = \dots\dots\dots$

$P(B) = \dots\dots\dots$

จะได้ว่า $A \cap B$ หมายถึงเหตุการณ์ที่ได้ 8 และเป็นโพแดง

และ $P(A \cap B) = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $P(\text{เหตุการณ์ที่ได้ไพ่แต้ม 8 หรือเป็นโพแดง}) = P(A \cup B)$

$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

.....



2. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลที่มีหมายเลข 1 – 30 อย่างละลูก หยิบลูกบอล 1 ลูกจากกล่องใบนี้ จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกบอลที่หยิบได้เป็นลูกบอลที่มีหมายเลขที่หารด้วย 3 หรือ 5 ลงตัว

วิธีทำ ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่ลูกบอลที่หยิบได้เป็นลูกบอลที่มีหมายเลขที่หารด้วย 3 ลงตัว
จะได้ว่า $A = \dots\dots\dots$
ดังนั้น $P(A) = \dots\dots\dots$

ให้ B เป็นเหตุการณ์ที่ลูกบอลที่หยิบได้เป็นลูกบอลที่มีหมายเลขที่หารด้วย 5 ลงตัว
จะได้ว่า $B = \dots\dots\dots$
ดังนั้น $P(B) = \dots\dots\dots$

และ $A \cap B$ จะเป็นเหตุการณ์ที่ลูกบอลที่หยิบได้เป็นลูกบอลที่มีหมายเลขที่หารด้วย 3 และ 5 ลงตัว

จะได้ว่า $A \cap B = \dots\dots\dots$
ดังนั้น $P(A \cap B) = \dots\dots\dots$

เนื่องจาก $A \cup B$ เป็นเหตุการณ์ที่ลูกบอลที่หยิบได้เป็นลูกบอลที่มีหมายเลขที่หารด้วย 3 หรือ 5 ลงตัว

จาก $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

จะได้ว่า $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$



3. จากการสำรวจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 ได้ผลว่าความน่าจะเป็นของนักเรียนที่มาจากครอบครัวที่ทำสวนยางเท่ากับ 0.48 ความน่าจะเป็นของนักเรียนที่มาจากครอบครัวที่ทำไร่อ้อยเท่ากับ 0.72 และความน่าจะเป็นของนักเรียนที่มาจากครอบครัวที่ทำสวนยางและและทำไร่อ้อยเท่ากับ 0.15 ถ้าเลือกนักเรียนมา 1 คน อย่างสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้นักเรียนที่มาจากครอบครัวที่ทำสวนยางหรือทำไร่อ้อย

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. เด็กคนหนึ่งมีลูกแก้วขนาดเดียวกัน 4 ลูก อยู่ในกระเป๋ ซึ่งเป็ลูกแก้วสีแดง 2 ลูก ลูกแก้วสีเขียวและสีเหลืองอย่างละ 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่เด็กคนนั้นล้วงกระเป๋ หยิบลูกแก้วขึ้นมาหนึ่งลูก แล้วได้ลูกแก้วสีแดงหรือลูกแก้วสีเขียว

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. ลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่ง เป็นลำดับจำกัด ประกอบด้วย 1, 3, 5, 7, ..., 33 จงหาความน่าจะเป็นของพจน์ในลำดับนี้ที่หารด้วย 5 และ 7 ลงตัว

วิธีทำ

[illegible]

ตอนที่ 2

ความน่าจะเป็นของคอมพลิเมนต์ของเหตุการณ์
และความน่าจะเป็นของผลต่างระหว่างเหตุการณ์



ตอนที่ 2

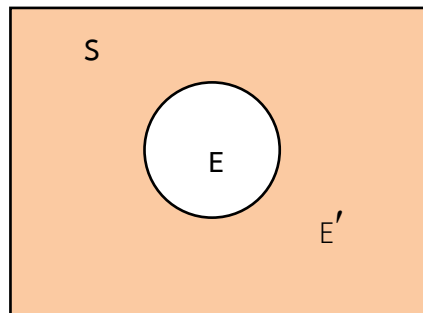
ความน่าจะเป็นของคอมพลิเมนต์ของเหตุการณ์
และความน่าจะเป็นของผลต่างระหว่างเหตุการณ์



คอมพลิเมนต์ของเหตุการณ์ (Complement of events)

ถ้า S เป็นแซมเปิลสเปซ และ E เป็นเหตุการณ์ที่เป็นสับเซตของ S แล้ว คอมพลิเมนต์ของเหตุการณ์ E คือ เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แต่ไม่อยู่ในเหตุการณ์ E เขียนแทนคอมพลิเมนต์ของเหตุการณ์ E ด้วยสัญลักษณ์ E'

แสดงเหตุการณ์ E



E' คือส่วนที่แรเงา



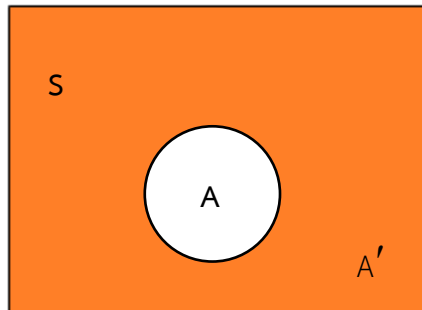


ความน่าจะเป็นของคอมพลิเมนต์ของเหตุการณ์

กฎข้อที่ 3 ความน่าจะเป็นของคอมพลิเมนต์ของเหตุการณ์

$$P(A') = 1 - P(A)$$

แสดงเหตุการณ์ A



A' คือส่วนที่แรเงา

จากความรู้เรื่องเซต

จะได้

$$n(A \cup A') = n(A) + n(A')$$

$$\frac{n(A \cup A')}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(A')}{n(S)}$$

$$P(A \cup A') = P(A) + P(A')$$

เนื่องจาก

$$P(A) + P(A') = 1$$

ดังนั้น

$$P(A) = 1 - P(A')$$

หรือ

$$P(A') = 1 - P(A)$$

ตัวอย่างที่ 8.9

กำหนดให้ $S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ และ $A = \{3, 9\}$
จงหา $P(A')$

วิธีทำ เนื่องจาก $S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ ดังนั้น $n(S) = 7$
และ $A = \{3, 9\}$
ถ้าให้ A' เป็นคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ A
ดังนั้น $A' = \{1, 5, 7, 11, 13\}$
จะได้ $P(A') = \frac{5}{7}$



หรือถ้าใช้กฎข้อที่ 3 จะทำได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{เมื่อพิจารณาจากกฎข้อที่ 3 } P(A') &= 1 - P(A) \\ \text{จากโจทย์จะได้ว่า } P(A) &= \frac{2}{7} \\ \text{ดังนั้น } P(A') &= 1 - P(A) \\ &= 1 - \frac{2}{7} \\ &= \frac{7}{7} - \frac{2}{7} \\ &= \frac{5}{7} \end{aligned}$$

ซึ่งจะได้คำตอบที่เท่ากัน



ตัวอย่างที่ 8.10

กำหนด $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ และ $E = \{a, d, f\}$
จงหา $P(E')$

วิธีทำ จาก $S = \{a, b, c, d, e, f\}$
 $E = \{a, d, f\}$
 $P(E) = \frac{3}{6}$
 $= \frac{1}{2}$
 จาก $P(E') = 1 - P(E)$
 $= 1 - \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{2}$

ตัวอย่างที่ 8.11

ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง และให้ E แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าทิ้ง
แต้มเป็นจำนวนคู่ จงหา $P(E')$

วิธีทำ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 E เป็นเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าทิ้งแต้มเป็นจำนวนคู่
 $E = \{2, 4, 6\}$
 $P(E) = \frac{3}{6}$
 $= \frac{1}{2}$
 จากกฎข้อที่ 3 $P(E') = 1 - P(E)$
 $= 1 - \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{2}$

ตัวอย่างที่ 8.12

ในการลากเส้นตรงเชื่อมจุดยอด 2 จุดใด ๆ ของรูปสิบเหลี่ยมด้านเท่า จะหมายถึงเส้นทแยงมุมและด้านทั้ง 10 ด้านของรูปสิบเหลี่ยมด้านเท่า ความน่าจะเป็นที่เส้นตรงนั้นไม่ใช่เส้นรอบรูปและไม่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม เท่ากับเท่าใด

วิธีทำ ให้ E แทนเหตุการณ์ที่เส้นตรงเชื่อมจุดยอด 2 จุดใด ๆ ที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม
 E' แทนเหตุการณ์ที่ลากเส้นเชื่อมจุดยอด 2 จุดใด ๆ ที่ไม่ใช่เส้นรอบรูปและไม่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม
 S แทนแซมเปิลสเปซ คือ จำนวนเส้นตรงเชื่อมจุด 2 จุดของรูปสิบเหลี่ยมด้านเท่า เท่ากับ $\binom{10}{2} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = 45$ เส้น
 แสดงว่า $n(S) = 45$

จำนวนเส้นเชื่อมที่ลากเชื่อมจุดยอด 2 จุดใด ๆ ที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม เท่ากับ 5 เส้น แสดงว่า $n(E) = 5$

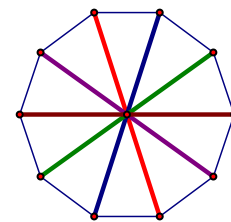
จะได้ $P(E) = \frac{5}{45}$

จากกฎข้อที่ 3 $P(E') = 1 - P(E)$

$$= 1 - \frac{5}{45}$$

$$= \frac{40}{45}$$

$$= \frac{8}{9}$$



ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เส้นเชื่อมนั้นไม่ใช่เส้นรอบรูปและไม่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมเท่ากับ $\frac{8}{9}$



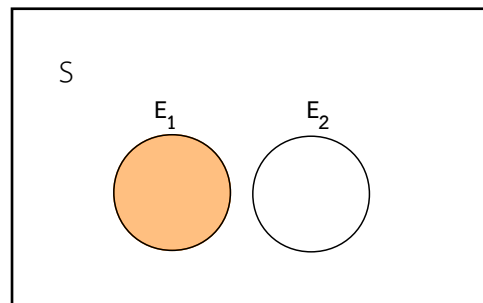
ผลต่างระหว่างเหตุการณ์ (Difference of events)

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์แล้ว

$E_1 - E_2$ คือเหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในเหตุการณ์ E_1 แต่ไม่อยู่ในเหตุการณ์ E_2

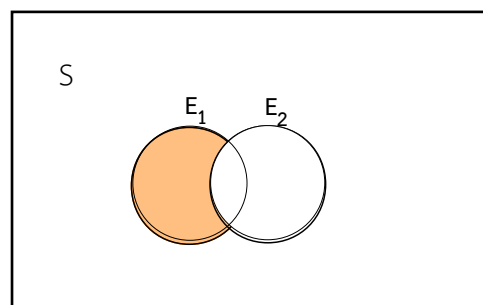
สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเหตุการณ์ E_1 กับเหตุการณ์ E_2 ผลลัพธ์ของ $E_1 - E_2$ แสดงด้วยการแรเงาพื้นที่ในแผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์ ได้ 5 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 E_1 และ E_2 ไม่มีส่วนที่เกิดร่วมกัน ดังแผนภาพ



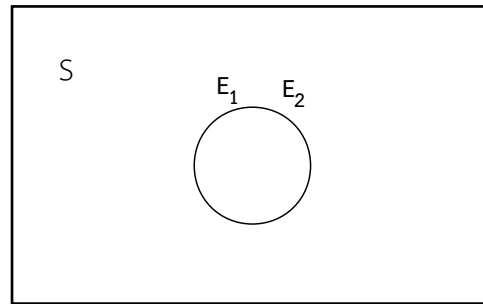
$E_1 - E_2$ คือ ส่วนที่แรเงา

กรณีที่ 2 E_1 และ E_2 มีส่วนที่เกิดร่วมกัน ดังแผนภาพ



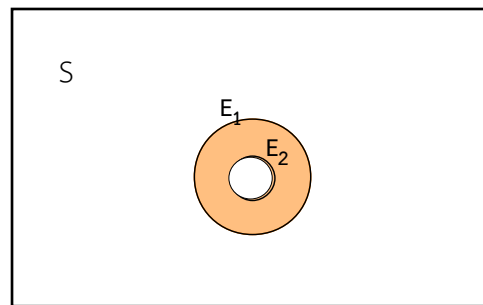
$E_1 - E_2$ คือ ส่วนที่แรเงา

กรณีที่ 3 $E_1 = E_2$ แสดงดังแผนภาพ



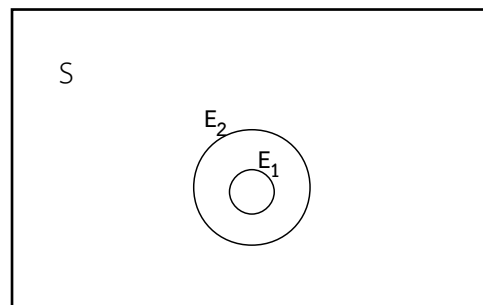
$E_1 - E_2$ คือ $\emptyset$

กรณีที่ 4 $E_2 \subset E_1$ แสดงส่วนที่แรเงา ดังแผนภาพ



$E_1 - E_2$ คือ ส่วนที่แรเงา

กรณีที่ 5 $E_1 \subset E_2$ แสดงดังแผนภาพ



$E_1 - E_2$ คือ $\emptyset$

ความรู้เพิ่มเติม

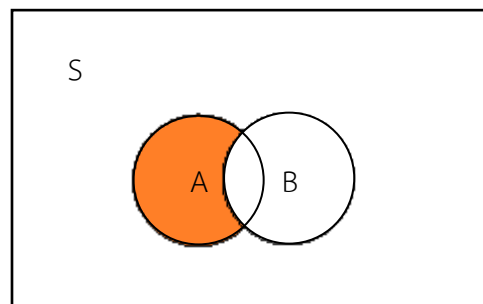
จากกฎทางพีชคณิตที่สำคัญในเรื่องเซต เราทราบว่า $E_1 - E_2 = E_1 \cap E_2'$



ความน่าจะเป็นของผลต่างระหว่างเหตุการณ์

กฎข้อที่ 4 $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

แสดงเหตุการณ์ A และ B มีส่วนที่เกิดร่วมกัน ดังแผนภาพ



$A - B$ คือ ส่วนที่แรเงา

จากความรู้เรื่องเซต

จะได้

$$\frac{n(A - B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

นั่นคือ

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

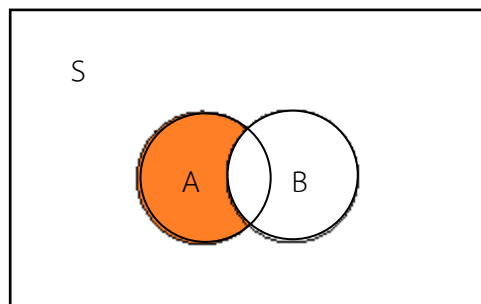
และเนื่องจาก $n(A - B) = n(A \cap B')$

ดังนั้น $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$

ตัวอย่างที่ 8.13

ยอนจูเข้าสอบสองวิชา คือวิชาคณิตศาสตร์ และวิชาภาษาจีน พบว่า
ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ $\frac{2}{5}$ และ
ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านทั้งสองวิชาเท่ากับ $\frac{2}{15}$ จงหา
ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์แต่ไม่ผ่านวิชาภาษาจีน

วิธีทำ กำหนดให้ A แทนเหตุการณ์ที่ยอนจูสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์
B แทนเหตุการณ์ที่ยอนจูสอบผ่านวิชาภาษาจีน
และ $A \cap B$ แทนเหตุการณ์ที่ยอนจูสอบผ่านทั้งสองวิชา
ดังนั้น $A - B$ แทนเหตุการณ์ที่ยอนจูสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์แต่ไม่ผ่านวิชาภาษาจีน



$$\text{จาก } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } P(A - B) &= \frac{2}{5} - \frac{2}{15} \\ &= \frac{4}{15} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์แต่ไม่ผ่านวิชาภาษาจีน
เท่ากับ $\frac{4}{15}$

ตัวอย่างที่ 8.14

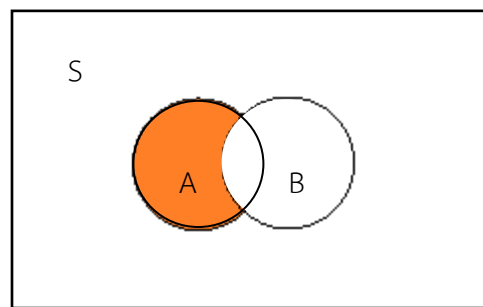
ในโรงพยาบาลแห่งหนึ่ง นายแพทย์ตรวจพบว่าผู้ป่วยเป็นโรคมะเร็ง 41% ผู้ป่วยเป็นโรคโลหิตจาง 28% ผู้ป่วยโรคมะเร็งหรือโรคโลหิตจาง 60% ถ้าเลือกคนไข้มา 1 คน อย่างสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่คนไข้รายนี้ป่วยเป็นโรคมะเร็งเพียงอย่างเดียว

วิธีทำ ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่ผู้ป่วย ป่วยเป็นโรคมะเร็ง
B เป็นเหตุการณ์ที่ผู้ป่วย ป่วยเป็นโรคโลหิตจาง

จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ จะได้ว่า

$$P(A \cup B) = 0.60 \quad P(A) = 0.41 \quad \text{และ} \quad P(B) = 0.28$$

พิจารณาแผนภาพ



จะพบว่า $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

จาก กฎข้อที่ 1 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$0.60 = 0.41 + 0.28 - P(A \cap B)$$

จะได้ $P(A \cap B) = 0.09$

จากกฎข้อที่ 4 $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

$$= 0.41 - 0.09$$

$$= 0.32$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่คนไข้รายนี้จะป่วยเป็นโรคมะเร็งเพียงอย่างเดียวเท่ากับ 0.32

ตัวอย่างที่ 8.15

ในหมู่บ้านแห่งหนึ่งมี 600 ครอบครัว ในจำนวนนี้มี 320 ครอบครัวที่เลี้ยงเป็ด 210 ครอบครัว เลี้ยงไก่ และ 340 ครอบครัว ที่เลี้ยงทั้งเป็ดหรือไก่ ถ้าสุ่มครอบครัวในหมู่บ้านแห่งนี้มา 1 ครอบครัว จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้

- 1) ครอบครัวที่เลี้ยงเป็ดอย่างเดียว
- 2) ครอบครัวที่ไม่ได้เลี้ยงทั้งเป็ดและไก่

วิธีทำ ให้ A แทนเซตของครอบครัวที่เลี้ยงเป็ด จะได้ $n(A) = 320$
 B แทนเซตของครอบครัวที่เลี้ยงไก่ จะได้ $n(B) = 210$
 $A \cup B$ แทนเซตของครอบครัวที่เลี้ยงเป็ดหรือไก่ จะได้ $n(A \cup B) = 340$
 และ $n(S) = 600$

- 1) ต้องการหาความน่าจะเป็นของครอบครัวที่เลี้ยงเป็ดอย่างเดียว นั่นคือ $P(A - B)$
 จากกฎข้อที่ 4

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

ดังนั้น จะต้องหา $A \cap B$ จากกฎข้อที่ 1

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ \text{หรือ } P(A \cap B) &= P(A) + P(B) - P(A \cup B) \\ &= \frac{320}{600} + \frac{210}{600} - \frac{340}{600} \\ &= \frac{190}{600} \\ &= \frac{19}{60} \\ P(A \cap B) &= \frac{19}{60} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของครอบครัวที่เลี้ยงเปิดอย่างเดียว ได้แก่

$$\begin{aligned} P(A - B) &= P(A) - P(A \cap B) \\ \text{ดังนั้น } P(A - B) &= \frac{320}{600} - \frac{190}{600} \\ &= \frac{130}{600} \\ &= \frac{13}{60} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้ครอบครัวที่เลี้ยงเปิดอย่างเดียวเท่ากับ $\frac{13}{60}$

2) ต้องการหาความน่าจะเป็นของครอบครัวที่ไม่ได้เลี้ยงทั้งเปิดและไก่ คือ $(A \cap B)'$ จากกฎข้อที่ 3

$$\begin{aligned} P[(A \cap B)'] &= 1 - P(A \cap B) \\ \text{ดังนั้น } P[(A \cap B)'] &= 1 - \frac{19}{60} \\ &= \frac{41}{60} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้ครอบครัวที่ไม่ได้เลี้ยงทั้งเปิดและไก่เท่ากับ $\frac{41}{60}$

นักเรียนพร้อมที่จะทำแบบฝึกหัดหรือยังคะ
สู้ๆ



แบบฝึกที่ 8.2

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็นได้

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำประกอบการหาคำตอบ ทุกข้อ

- บริษัทแห่งหนึ่งต้องการพนักงานจำนวน 3 คน มีผู้สมัคร 12 คน เป็นชาย 5 คน และเป็นหญิง 7 คน จงหาความน่าจะเป็นที่พนักงานที่รับมาทั้ง 3 คนนั้น เป็นชายอย่างน้อย 1 คน

วิธีทำ ต้องการเลือกพนักงาน 3 คน และต้องการพนักงานชายอย่างน้อย 1 คน ซึ่งต้องพิจารณา 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 เป็นชาย 1 คน หญิง 2 คน

กรณีที่ 2 เป็นชาย 2 คน หญิง 1 คน

กรณีที่ 3 เป็นชาย 3 คน

ซึ่งต้องคำนวณหาจำนวนวิธีถึง 3 กรณี ดังนั้นจะพิจารณาการเหตุการณ์ที่ตรงกันข้ามให้

ให้ A เป็น.....

ดังนั้น A' เป็น.....

จากโจทย์ จะได้ $n(S) = \dots\dots\dots$

$n(A') = \dots\dots\dots$

จากกฎข้อที่ 3 $P(A) = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่พนักงานที่รับมาทั้ง 3 คนนั้น เป็นชายอย่างน้อย 1 คนเท่ากับ

2. ลีอตเตอร์ชนิดหนึ่งออกจวดละ 1,000 ฉบับ และแต่ละจวดจะมีเพียง 1 ฉบับเท่านั้นที่ถูกรางวัล ในจวดหนึ่งนายทอง นายทิว นายแทน และนายที ชื่อ 6, 7, 12 และ 15 ฉบับ ตามลำดับ จงหาความน่าจะเป็นที่ทั้ง 4 คนจะไม่ถูกรางวัลเลย

วิธีทำ ให้ E แทน.....
 จะได้ E' แทน.....
 และ S แทนแซมเปิลสเปซ ดังนั้น $n(S) =$
 จากโจทย์คนทั้ง 4 คนนี้ ชื่อลีอตเตอร์รวมกันเท่ากับฉบับ
 ทำให้ทราบว่า $n(E) =$
 ดังนั้น $P(S) =$
 จากกฎข้อที่ 3

3. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีขาว 1 ลูก สีดำ 4 ลูก สีแดง 6 ลูก และสีเขียว 6 ลูก ถ้าหยิบลูกบอลขึ้นมา 2 ลูก อย่างไม่เจาะจง จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีต่างกัน

วิธีทำ

4. อาคารหลังหนึ่งมีลิฟต์ 2 เครื่อง ความน่าจะเป็นที่ลิฟต์เครื่องแรกจะร่อยุ่ชั้นล่างเป็น 0.20 ความน่าจะเป็นที่ลิฟต์เครื่องที่สองจะร่อยุ่ชั้นล่างเป็น 0.30 และความน่าจะเป็นที่ลิฟต์ทั้งสองเครื่องร่อยุ่พร้อมกันที่ชั้นล่างเป็น 0.06 จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีลิฟต์ร่อยุ่ชั้นล่างเพียงเครื่องเดียว

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. สุดเขตเข้าสอบสองวิชา คือ คณิตศาสตร์ และภาษาไทย พบว่าความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่าน

วิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ $\frac{2}{5}$ ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบไม่ผ่านวิชาภาษาไทยเท่ากับ $\frac{2}{3}$

และความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชาเท่ากับ $\frac{3}{5}$ จงหา

- 5.1 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านทั้งสองวิชา
- 5.2 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านอย่างมากหนึ่งวิชา
- 5.3 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์แต่ตกภาษาไทย
- 5.4 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาภาษาไทยแต่ตกคณิตศาสตร์

วิธีทำ

ให้ $P(E_1)$ เป็น.....

และ $P(E_2)$ เป็น.....

จากโจทย์ จะได้ $P(E_1) = \dots\dots\dots$, $P(E_2') = \dots\dots\dots$

และ $P(E_1 \cup E_2) = \dots\dots\dots$

จาก $P(E_2) = 1 - P(E_2')$ ดังนั้น $P(E_2) = \dots\dots\dots$

5.1 ความน่าจะเป็นที่เราจะสอบผ่านทั้งสองวิชา

.....

.....

.....

.....

.....

5.2 ความน่าจะเป็นที่เราจะสอบผ่านอย่างมากหนึ่งวิชา

.....

.....

.....

.....

.....

5.3 ความน่าจะเป็นที่เราจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์แต่ตกภาษาไทย

.....

.....

.....

.....

.....

5.4 ความน่าจะเป็นที่เราจะสอบผ่านวิชาภาษาไทยแต่ตกคณิตศาสตร์

.....

.....

.....

.....

.....

.....



แบบทดสอบหลังเรียน

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 (ค32204)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

คำชี้แจง แบบทดสอบชุดนี้มีทั้งหมด 10 ข้อ ใช้เวลา 15 นาที

คำสั่ง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✕ ลงในช่องตัวเลือกในกระดาษคำตอบที่เห็นว่าถูกต้องที่สุด
เพียงคำตอบเดียว

1. สสำรวจเด็กกลุ่มหนึ่งมีจำนวน 10 คน พบว่าชอบเล่นกีฬามี 4 คน ชอบเล่นดนตรี 3 คน และชอบเล่นเกมสมี 3 คน ถ้าสุ่มเลือกเด็ก 1 คนจากกลุ่มนี้ ความน่าจะเป็นที่จะได้เด็กที่ชอบเล่น กีฬาหรือเล่นดนตรีเท่ากับข้อใด

- | | |
|--------|--------|
| ก. 0.4 | ข. 0.5 |
| ค. 0.7 | ง. 0.8 |
| จ. 1 | |

2. มีสลาก 6 ใบ กำหนดหมายเลข 1 – 6 สุ่มหยิบสลาก 2 ครั้ง ๆ ละ 1 ใบ ถ้าครั้งแรกได้เลขคู่ให้ ใส่สลากนั้นกลับคืนก่อนหยิบครั้งที่สอง แต่ถ้าครั้งแรกหยิบได้เลขคี่ ให้หยิบครั้งที่สองต่อโดยไม่ใส่ สลากนั้นกลับคืน จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ครั้งที่สองเป็นเลขคู่เท่ากับเท่าใด

- | | |
|---------|---------|
| ก. 0.55 | ข. 0.58 |
| ค. 0.60 | ง. 0.70 |
| จ. 0.78 | |

7. ถ้าทอดลูกเต๋า 2 ลูก ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มของลูกเต๋ามีค่าเป็นจำนวนคู่ และ B เป็นเหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มของลูกเต๋ามีค่ามากกว่า 6 จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $A - B$

ก. $\frac{3}{11}$

ข. $\frac{4}{11}$

ค. $\frac{6}{11}$

ง. $\frac{7}{11}$

จ. $\frac{9}{11}$

8. ในจำนวนนักเรียน 100 คน มีผู้ชอบเล่นกีฬา 50 คน ชอบดนตรี 30 คน และชอบทั้งกีฬาและดนตรี 10 คน ความน่าจะเป็นที่นักเรียนกลุ่มนี้จะชอบกีฬาหรือดนตรีเท่ากับเท่าใด

ก. 0.45

ข. 0.58

ค. 0.60

ง. 0.65

จ. 0.70

9. ในขวดโหลมีลูกแก้วสีขาว 4 ลูก สีแดง 5 ลูก โดยที่ทุกลูกมีขนาดเท่ากัน สุ่มหยิบลูกแก้วมา 3 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีขาวอย่างมาก 2 ลูก

ก. $\frac{17}{21}$

ข. $\frac{20}{21}$

ค. $\frac{35}{42}$

ง. $\frac{37}{42}$

จ. $\frac{35}{84}$

10. มินจุ่งเข้าสอบสองวิชาคือ คณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ พบว่าความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ $\frac{2}{5}$ ความน่าจะเป็นที่เขาสอบไม่ผ่านวิชาภาษาอังกฤษเท่ากับ $\frac{2}{3}$ ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านอย่างน้อย หนึ่ง วิชาเท่ากับ $\frac{3}{5}$ ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านทั้งสองวิชาเป็นเท่าใด

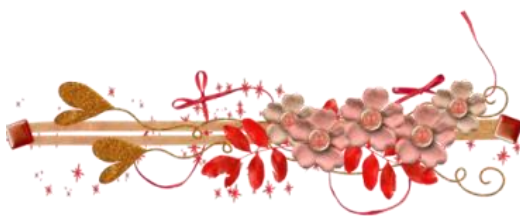
ก. $\frac{1}{13}$

ข. $\frac{2}{13}$

ค. $\frac{1}{15}$

ง. $\frac{2}{15}$

จ. $\frac{7}{15}$



กระดานคำตอบ แบบทดสอบหลังเรียน
เรื่อง กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

ข้อที่	ก	ข	ค	ง	จ
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					



แบบบันทึกคะแนนแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

เล่ม 8 กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

รายการ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	ความก้าวหน้า	คิดเป็นร้อยละ
การทดสอบก่อนเรียน	10			
การทดสอบหลังเรียน	10			



แบบบันทึกคะแนนความก้าวหน้าของแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

เล่ม 8 กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบฝึกที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	คิดเป็นร้อยละ	ผ่าน เกณฑ์*	ไม่ผ่าน เกณฑ์**
8.1	15				
8.2	24				
รวมทั้งหมด	39				
เฉลี่ย					
คิดเป็นร้อยละ					

- * ผ่านเกณฑ์ หมายความว่า ผู้เรียนได้คะแนนร้อยละ 75 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
- ** ไม่ผ่านเกณฑ์ หมายความว่า ผู้เรียนได้คะแนนน้อยกว่าร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม



บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล เรณู สุทธิวารี และธรรชัย มาเจริญทรัพย์. **เตรียมสอบ PET 1 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 4 ม.4-6**. กรุงเทพฯ: ภูมิบัณฑิตการพิมพ์.
- กมล เอกไทยเจริญ. **คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 6 ค016**. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.
- _____. (2557). **เทคนิคการทำโจทย์ข้อสอบ คณิตศาสตร์ ม.5 เทอม 2**. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.
- คณิต มงคลพิทักษ์สุข. **HI-SPEED MATHS FOR PAT1 & EXAM**. กรุงเทพฯ: SCIENCE CENTER.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (2556). **คู่มือประกอบการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4 – 6 เล่ม 4**. กรุงเทพฯ: พ.ศ. พัฒนา จำกัด.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์. (2544). **ศิลปะการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์ และคณะ. (2545). **กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-6) เล่ม 3**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: ประสารมิตร.
- ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (2555). **1001 TESTS IN MATHS 3**. กรุงเทพฯ: แม็ค.
- พิพัฒน์พงศ์ ศรีวิศร. (2555). **คู่มือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4 – 6 เล่ม 4**. กรุงเทพฯ: เดอร์บุคส์.
- ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง. (2542). **แนวคิดหลักมูลทางคณิตศาสตร์ 1**. 500 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- เลิศ สิทธิโกศล. (2555). **Math Review คณิตศาสตร์ ม.4 – 6 เล่ม 4 (เพิ่มเติม)**. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.
- สถาบันส่งเสริมการสอนการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2544). **เอกสารเสริมความรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง คอมบินาทอริก**. 3,000 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สำนักพัฒนาธุรกิจ.
- _____. (2553). **หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เล่ม 4**. 350,000 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สกสค. ลาดพร้าว.
- _____. (2553). **คู่มือครูรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เล่ม 4**. 5,000 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สกสค. ลาดพร้าว.

บรรณานุกรม (ต่อ)

สมพร สุนันทโสภาส. (2539). **คณิตศาสตร์ทางด้านวิธีจัดหมู่เบื้องต้น**. 1,000 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 2.
กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

สมัย เหล่าวานิชย์. **คู่มือคณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 6**. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.

สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชรพร เหล่าวานิชย์. **คณิตศาสตร์ 4 พื้นฐาน + เพิ่มเติม**. กรุงเทพฯ:
ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.

สุเทพ จันทรสมบัติ และสุเทพ ทองอยู่. **คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์ 6 ม.6 เล่ม 6 ค016**.
กรุงเทพฯ: ภูมิบัณฑิต.



ภาคผนวก

เกณฑ์การให้คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบก่อนเรียนและแบบทดสอบหลังเรียน

แบบทดสอบละ 10 ข้อ ให้คะแนนข้อละ 1 คะแนน ตามรายละเอียด ดังนี้

คะแนน	รายละเอียด
1	หมายถึง เลือกข้อคำตอบได้ถูกต้อง
0	หมายถึง เลือกข้อคำตอบไม่ถูกต้อง

เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกที่ 8.1

มี 5 ข้อ ให้คะแนนข้อละ 3 คะแนน ตามรายละเอียด ดังนี้

คะแนน	รายละเอียด
3	หมายถึง คำตอบถูกต้อง คำนวณและแสดงเหตุผลถูกต้อง แนวคิดชัดเจน
2	หมายถึง คำตอบถูกต้อง คำนวณและแสดงเหตุผลมีข้อผิดพลาดเล็กน้อย
1	หมายถึง แสดงวิธีคิดเล็กน้อย เหตุผลหรือการคำนวณผิดพลาด
0	หมายถึง ไม่แสดงวิธีคิด ไม่ได้คำตอบ หรือตอบไม่ถูก

รวมคะแนนเต็ม 15 คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกที่ 8.2

ข้อที่ 1 - 4 ให้คะแนนข้อละ 3 คะแนน

ข้อที่ 5 มีข้อ 4 ข้อย่อย ให้คะแนนข้อย่อยละ 3 คะแนน

ตามรายละเอียด ดังนี้

คะแนน	รายละเอียด
3	หมายถึง คำตอบถูกต้อง แสดงเหตุผลถูกต้อง แนวคิดชัดเจน
2	หมายถึง คำตอบถูกต้อง แสดงเหตุผลถูกต้อง อาจมีข้อผิดพลาดเล็กน้อย
1	หมายถึง แสดงวิธีคิดเล็กน้อย เหตุผลหรือการคำนวณผิดพลาด
0	หมายถึง ไม่แสดงวิธีคิด ไม่ได้คำตอบ หรือตอบไม่ถูก

รวมคะแนนเต็ม 24 คะแนน

เฉลยและแนวการตอบ
กิจกรรมและแบบฝึก

เฉลยและแนวการตอบกิจกรรม การกระทำระหว่างเหตุการณ์



การกระทำระหว่างเหตุการณ์

$E_1 \cup E_2$	S 	S
$E_1 \cap E_2$	S 	S
$E_1 - E_2$	S 	S
E_1'	S 	

เฉลยและแนวการตอบแบบฝึกที่ 8.1

1. หยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับหนึ่งที่มี 52 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ไพ่ที่มีแต้ม 8 หรือเป็นโพแดง

วิธีทำ ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่ได้ไพ่ที่มีแต้ม 8
B เป็นเหตุการณ์ที่ได้ไพ่เป็นโพแดง

$$\text{จะได้ } P(A) = \frac{4}{52}$$

$$P(B) = \frac{13}{52}$$

จะได้ว่า $A \cap B$ หมายถึงเหตุการณ์ที่ได้ 8 และเป็นโพแดง

$$\text{และ } P(A \cap B) = \frac{1}{52}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } P(\text{เหตุการณ์ที่ได้ไพ่แต้ม 8 หรือเป็นโพแดง}) &= P(A \cup B) \\ &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} \\ &= \frac{16}{52} \\ &= \frac{4}{13} \end{aligned}$$

$$\text{ความน่าจะเป็นที่จะได้ไพ่ที่มีแต้ม 8 หรือเป็นโพแดงเท่ากับ } \frac{4}{13}$$

2. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลที่มีหมายเลข 1 – 30 อย่างละลูก หยิบลูกบอล 1 ลูกจากกล่องใบนี้ จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกบอลที่หยิบได้เป็นลูกบอลที่มีหมายเลขที่หารด้วย 3 หรือ 5 ลงตัว

วิธีทำ ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่ลูกบอลที่หยิบได้เป็นลูกบอลที่มีหมายเลขที่หารด้วย 3 ลงตัว
จะได้ว่า $A = \{3, 6, 9, \dots, 27, 30\}$

$$\text{ดังนั้น } P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

ให้ B เป็นเหตุการณ์ที่ลูกบอลที่หยิบได้เป็นลูกบอลที่มีหมายเลขที่หารด้วย 5 ลงตัว
จะได้ว่า $B = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$

$$\text{ดังนั้น } P(B) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

และ $A \cap B$ จะเป็นเหตุการณ์ที่ลูกบอลที่หยิบได้เป็นลูกบอลที่มีหมายเลขที่หารด้วย 3 และ 5 ลงตัว

จะได้ว่า $A \cap B = \{15, 30\}$

$$\text{ดังนั้น } P(A \cap B) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

เนื่องจาก $A \cup B$ เป็นเหตุการณ์ที่ลูกบอลที่หยิบได้เป็นลูกบอลที่มีหมายเลขที่หารด้วย 3 หรือ 5 ลงตัว

$$\text{จาก } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } P(A \cup B) &= \frac{10}{30} + \frac{6}{30} - \frac{2}{30} \\ &= \frac{14}{30} = \frac{7}{15} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ลูกบอลที่หยิบได้เป็นลูกบอลที่มีหมายเลขที่หารด้วย 3 หรือ 5

$$\text{ลงตัวเท่ากับ } \frac{7}{15}$$

3. จากการสำรวจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 ได้พบว่าความน่าจะเป็นของนักเรียนที่มาจากครอบครัวที่ทำสวนยางเท่ากับ 0.48 ความน่าจะเป็นของนักเรียนที่มาจากครอบครัวที่ทำไร่อ้อยเท่ากับ 0.82 และความน่าจะเป็นของนักเรียนที่มาจากครอบครัวที่ทำสวนยางและและทำไร่อ้อยเท่ากับ 0.35 ถ้าเลือกนักเรียนมา 1 คน อย่างสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้นักเรียนที่มาจากครอบครัวที่ทำสวนยางหรือทำไร่อ้อย

วิธีทำ ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่นักเรียนมาจากครอบครัวที่ทำสวนยาง ดังนั้น $P(A) = 0.48$
 B เป็นเหตุการณ์ที่นักเรียนมาจากครอบครัวที่ทำไร่อ้อย ดังนั้น $P(B) = 0.82$
 และ $A \cap B$ เป็นเหตุการณ์ที่นักเรียนมาจากครอบครัวที่ทำสวนยางและทำไร่อ้อย
 ดังนั้น $P(A \cap B) = 0.35$
 จาก $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $= 0.48 + 0.82 - 0.35$
 $= 0.95$
 ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มนักเรียน 1 คน แล้วได้นักเรียนที่มาจากครอบครัว
 ที่ทำสวนยางหรือทำไร่อ้อยเท่ากับ 0.95

4. เด็กคนหนึ่งมีลูกแก้วขนาดเดียวกัน 4 ลูก อยู่ในกระเป๋าคือเป็นสีแดง 2 ลูก สีเขียวและ
 สีเหลืองอย่างละ 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่เด็กคนนั้นล้วงกระเป๋าคือ หยิบลูกแก้วขึ้นมา
 หนึ่งลูก แล้วได้ลูกแก้วสีแดงหรือลูกแก้วสีเขียว

วิธีทำ ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกแก้วสีแดง
 E_2 เป็นเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกแก้วสีเขียว
 เมื่อหยิบลูกแก้วขึ้นมาหนึ่งลูกจะได้ลูกแก้วสีแดงและลูกแก้วสีเขียวในขณะเดียวกัน
 ย่อมเป็นไปไม่ได้ ดังนั้น $E_1 \cap E_2 = \emptyset$
 นั่นคือ E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน
 ดังนั้น $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$
 $= \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$
 $= 0.75$
 นั่นคือ ความน่าจะเป็นในการที่เด็กคนนั้นหยิบได้ลูกแก้วสีแดงหรือลูกแก้วสีเขียว
 เท่ากับ 0.75

5. ลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่ง เป็นลำดับจำกัด ประกอบด้วย 1, 3, 5, 7, ..., 33 จงหาความน่าจะเป็นของพจน์ในลำดับนี้ที่หารด้วย 5 และ 7 ลงตัว

วิธีทำ

ให้ A แทนเหตุการณ์ที่พจน์ในลำดับนี้หารด้วย 5 ลงตัว

B แทนเหตุการณ์ที่พจน์ในลำดับนี้หารด้วย 7 ลงตัว

จากลำดับเลขคณิต 1, 3, 5, 7, ..., 33

ดังนั้น $A = \{5, 15, 25\}$ จะได้ $n(A) = 3$

$B = \{7, 21, 25\}$ จะได้ $n(A) = 3$

และ $n(S) = 17$

พบว่า $A \cap B = \emptyset$

นั่นคือ A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

ความน่าจะเป็นที่พจน์ของลำดับนี้หารด้วย 5 หรือ 7 ลงตัว คือ $P(A \cup B)$

จากกฎข้อที่ 2 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad P(A \cup B) &= \frac{3}{17} + \frac{3}{17} \\ &= \frac{6}{17} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่พจน์ของลำดับนี้หารด้วย 5 หรือ 7 ลงตัว เท่ากับ $\frac{6}{17}$

เฉลยและแนวการตอบแบบฝึกที่ 8.2

1. บริษัทแห่งหนึ่งต้องการพนักงานจำนวน 3 คน มีผู้มาสมัคร 12 คน เป็นชาย 5 คน และเป็นหญิง 7 คน จงหาความน่าจะเป็นที่พนักงานที่รับมาทั้ง 3 คนนั้น เป็นชายอย่างน้อย 1 คน

วิธีทำ ต้องการเลือกพนักงาน 3 คน และต้องการพนักงานชายอย่างน้อย 1 คน ซึ่งต้องพิจารณา 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 เป็นชาย 1 คน หญิง 2 คน

กรณีที่ 2 เป็นชาย 2 คน หญิง 1 คน

กรณีที่ 3 เป็นชาย 3 คน

ซึ่งต้องคำนวณหาจำนวนวิธีถึง 3 กรณี ดังนั้นจะพิจารณาการเหตุการณ์ที่ตรงกันข้าม

ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่พนักงานที่รับมา เป็นชายอย่างน้อย 1 คน

ดังนั้น A' เป็นเหตุการณ์ที่พนักงานที่รับมาเป็นหญิงทั้ง 3 คน

$$\text{จากโจทย์ จะได้ } n(S) = \binom{12}{3} = 220 \text{ วิธี}$$

$$n(A') = \binom{7}{3} = 35 \text{ วิธี}$$

$$\begin{aligned} \text{จากกฎข้อที่ 3 } P(A) &= 1 - P(A') \\ &= 1 - \frac{35}{220} \\ &= \frac{185}{220} \\ &= \frac{37}{44} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่พนักงานที่รับมาทั้ง 3 คนนั้น เป็นชายอย่างน้อย 1 คน

$$\text{เท่ากับ } \frac{37}{44}$$

2. ลีตเตอร์ชนิดหนึ่งออกงวดละ 1,000 ฉบับ และแต่ละงวดจะมีเพียง 1 ฉบับเท่านั้นที่ถูกรางวัล
ในงวดหนึ่งนายทอง นายทิว นายแทน และนายที ชื่อ 6, 7, 12 และ 15 ฉบับ ตามลำดับ
จงหาความน่าจะเป็นที่ทั้ง 4 คนจะไม่ถูกรางวัลเลย

วิธีทำ ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ทั้ง 4 คนนี้ถูกรางวัล
จะได้ E' แทนเหตุการณ์ที่ทั้ง 4 คนนี้ไม่ถูกรางวัล
และ S แทนแซมเปิลสเปซ ดังนั้น $n(S) = 1,000$

จากโจทย์คนทั้ง 4 คนนี้ ชื่อลีตเตอร์รวมกันเท่ากับ $6 + 7 + 12 + 15 = 40$ ฉบับ
ทำให้ทราบว่า $n(E) = 40$

$$\text{ดังนั้น } P(S) = \frac{40}{1,000}$$

จากกฎข้อที่ 3

$$\begin{aligned} P(E') &= 1 - P(E) \\ &= 1 - \frac{40}{1,000} \\ &= \frac{960}{1,000} \\ &= \frac{24}{25} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ทั้ง 4 คนจะไม่ถูกรางวัลเลยเท่ากับ $\frac{24}{25}$

3. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีขาว 1 ลูก สีดำ 4 ลูก สีแดง 6 ลูก และสีเขียว 6 ลูก ถ้าหยิบลูกบอลขึ้นมา 2 ลูก อย่างไม่เจาะจง จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีต่างกัน

วิธีทำ ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่าง ดังนั้น $n(S) = \binom{17}{2} = 136$

ให้ E แทนเหตุการณ์เป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีต่างกัน

E' แทนเหตุการณ์เป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีเหมือนกัน

ซึ่งเหตุการณ์ที่จะหยิบลูกบอลทั้งสองลูกได้สีเหมือนกัน มี 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 หยิบได้สีดำทั้งสองลูก $\binom{4}{2} = 6$

กรณีที่ 2 หยิบได้สีแดงทั้งสองลูก $\binom{6}{2} = 15$

กรณีที่ 3 หยิบได้สีเขียวทั้งสองลูก $\binom{6}{2} = 15$

ดังนั้น $n(E') = 36$

นั่นคือ $n(E) = 1 - P(E') = 1 - \frac{36}{136} = 1 - \frac{9}{34} = \frac{25}{34}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีต่างกันเท่ากับ $\frac{25}{34}$

4. อาคารหลังหนึ่งมีลิฟต์ 2 เครื่อง ความน่าจะเป็นที่ลิฟต์เครื่องแรกจะร่อยุ่ชั้นล่างเป็น 0.20 ความน่าจะเป็นที่ลิฟต์เครื่องที่สองจะร่อยุ่ชั้นล่างเป็น 0.30 และความน่าจะเป็นที่ลิฟต์ทั้งสองเครื่องร่อยุ่พร้อมกันที่ชั้นล่างเป็น 0.06 จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีลิฟต์ร่อยุ่ชั้นล่างเพียงเครื่องเดียว

วิธีทำ ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่ลิฟต์เครื่องแรกจะร่อยุ่ชั้นล่าง ดังนั้น $P(A) = 0.20$
 B เป็นเหตุการณ์ที่ลิฟต์เครื่องที่สองจะร่อยุ่ชั้นล่าง ดังนั้น $P(B) = 0.30$

จะได้ว่า $A \cap B$ เป็นเหตุการณ์ที่ลิฟต์ทั้งสองเครื่องร่อยุ่พร้อมกันที่ชั้นล่าง
 ดังนั้น $P(A \cap B) = 0.06$

ความน่าจะเป็นที่ลิฟต์เครื่องแรกจะร่อยุ่ชั้นล่างเพียงเครื่องเดียวเท่ากับ $A - B$

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad P(A - B) &= P(A) - P(A \cap B) \\ \text{จะได้} \quad P(A - B) &= 0.20 - 0.06 \\ &= 0.14 \end{aligned}$$

ความน่าจะเป็นที่ลิฟต์เครื่องที่สองจะร่อยุ่ชั้นล่างเพียงเครื่องเดียวเท่ากับ $B - A$

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad P(B - A) &= P(B) - P(A \cap B) \\ \text{จะได้} \quad P(B - A) &= 0.30 - 0.06 \\ &= 0.24 \end{aligned}$$

แสดงว่า ความน่าจะเป็นที่จะมีลิฟต์ร่อยุ่ชั้นล่างเพียงเครื่องเดียวคือ

$$\begin{aligned} P((A - B) \cup (B - A)) &= 0.14 + 0.24 \\ &= 0.38 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะมีลิฟต์ร่อยุ่ชั้นล่างเพียงเครื่องเดียวเท่ากับ 0.38

5. สุกเขตเข้าสอบสองวิชา คือ คณิตศาสตร์ และภาษาไทย พบว่าความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่าน

วิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ $\frac{2}{5}$ ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบไม่ผ่านวิชาภาษาไทยเท่ากับ $\frac{2}{3}$

และความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชาเท่ากับ $\frac{3}{5}$ จงหา

5.1 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านทั้งสองวิชา

5.2 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านอย่างมากหนึ่งวิชา

5.3 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์แต่ภาษาไทย

5.4 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาภาษาไทยแต่คณิตศาสตร์

วิธีทำ

ให้ $P(E_1)$ เป็นความน่าจะเป็นที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์

และ $P(E_2)$ เป็นความน่าจะเป็นที่สอบผ่านวิชาภาษาไทย

จากโจทย์ จะได้ $P(E_1) = \frac{2}{5}$, $P(E_2') = \frac{2}{3}$ และ $P(E_1 \cup E_2) = \frac{3}{5}$

จาก $P(E_2) = 1 - P(E_2')$

ดังนั้น $P(E_2) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

5.1 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านทั้งสองวิชา

จาก $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$

จะได้ $\frac{3}{5} = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - P(E_1 \cap E_2)$

$$\begin{aligned} P(E_1 \cap E_2) &= \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{3}{5} \\ &= \frac{2}{15} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านทั้งสองวิชาเท่ากับ $\frac{2}{15}$

5.2 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านอย่างมากหนึ่งวิชา

$$\text{จาก } P[(E_1 \cap E_2)'] = 1 - P(E_1 \cap E_2)$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } P[(E_1 \cap E_2)'] &= 1 - \frac{2}{15} \\ &= \frac{13}{15} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านอย่างมากหนึ่งวิชาเท่ากับ $\frac{13}{15}$

5.3 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์แต่ทกภาษาไทย

$$\text{จาก } P(E_1 \cap E_2') = P(E_1) - P(E_1 \cap E_2)$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } P(E_1 \cap E_2') &= \frac{2}{5} - \frac{2}{15} \\ &= \frac{4}{15} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์แต่ทกภาษาไทย

เท่ากับ $\frac{4}{15}$

5.4 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาภาษาไทยแต่ทกคณิตศาสตร์

$$\text{จาก } P(E_2 \cap E_1') = P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } P(E_2 \cap E_1') &= \frac{1}{3} - \frac{2}{15} \\ &= \frac{3}{15} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาภาษาไทยแต่ทกคณิตศาสตร์

เท่ากับ $\frac{1}{5}$

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
เรื่อง กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

ข้อที่	ก	ข	ค	ง	จ
1				✗	
2	✗				
3			✗		
4					✗
5		✗			
6					✗
7	✗				
8		✗			
9				✗	
10			✗		

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน
เรื่อง กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

ข้อที่	ก	ข	ค	ง	จ
1			✗		
2	✗				
3					✗
4			✗		
5		✗			
6				✗	
7	✗				
8					✗
9		✗			
10				✗	