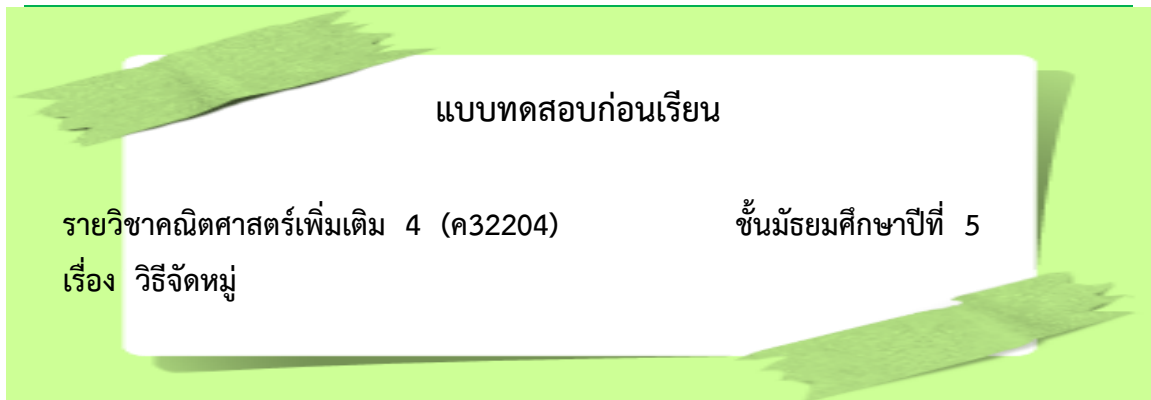




ชื่อ-สกุล

ชั้น เลขที่





คำชี้แจง แบบทดสอบชุดนี้มีทั้งหมด 10 ข้อ ใช้เวลา 15 นาที

คำสั่ง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✕ ลงในช่องตัวเลือกในกระดาษคำตอบที่เห็นว่าถูกต้องที่สุด
เพียงคำตอบเดียว

- หยิบไพ่ 5 ใบจากสำรับที่มีไพ่ 52 ใบ ได้กี่วิธี ถ้าทั้ง 5 ใบต้องมีแต้มเป็น K, Q หรือ J
 - 392 วิธี
 - 492 วิธี
 - 592 วิธี
 - 692 วิธี
 - 792 วิธี
- มีข้อสอบคณิตศาสตร์จำนวน 10 ข้อ ถ้าต้องทำข้อสอบชุดนี้ให้ครบ 7 ข้อ จะมีวิธีการเลือกทำข้อสอบทั้งหมดกี่วิธี
 - 80 วิธี
 - 90 วิธี
 - 100 วิธี
 - 110 วิธี
 - 120 วิธี
- มีจุดบนระนาบ 10 จุด ถ้าไม่มี 3 จุดใดอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน จงหาจำนวนเส้นตรงที่ลากผ่านจุดสองจุดใด ๆ
 - 30 วิธี
 - 35 วิธี
 - 40 วิธี
 - 45 วิธี
 - 50 วิธี

8. มีหนังสืออยู่ 12 เล่ม ให้เพื่อนยืม 4 เล่ม จะมีวิธีให้ยืมได้กี่วิธี

ก. 459 วิธี

ข. 495 วิธี

ค. 508 วิธี

ง. 525 วิธี

จ. 595 วิธี

9. มีรถยนต์ 3 คัน คันหนึ่งมีที่ว่าง 3 ที่ คันที่สองมีที่ว่าง 4 ที่ และคันที่สามมีที่ว่าง 5 ที่ จำนวนวิธีที่นักเรียน 12 คน จะขึ้นรถทั้งสามคันนี้ เท่ากับข้อใด

ก. $\frac{11!}{2! \times 4! \times 5!}$

ข. $\frac{12!}{3! \times 4! \times 5!}$

ค. $\frac{12!}{2! \times 4! \times 5!}$

ง. $\frac{11!}{2! \times 2! \times 4! \times 5!}$

จ. $\frac{12!}{2! \times 3! \times 4! \times 5!}$

10. จะเลือกกรรมการ 5 คน ที่เป็นนักเรียนชาย 3 คน จากนักเรียนชายทั้งหมด 15 คน และเป็นนักเรียนหญิง 2 คน จากนักเรียนหญิง 20 คน ได้กี่วิธี

ก. $\binom{15}{3} \binom{20}{2}$ วิธี

ข. $\binom{15}{5} \binom{20}{5}$ วิธี

ค. $\binom{35}{3} \binom{35}{2}$ วิธี

ง. $\binom{15}{2} \binom{20}{3}$ วิธี

จ. $\binom{35}{2} \binom{35}{3}$ วิธี



กระดาษคำตอบ แบบทดสอบก่อนเรียน
เรื่อง วิธีจัดหมู่

ข้อที่	ก	ข	ค	ง	จ
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					



วิธีจัดหมู่ (Combination)

วิธีจัดหมู่เป็นการเลือกสิ่งของออกมาเป็นหมู่หรือชุด โดยไม่คำนึงว่าจะได้สิ่งของใดออกมาก่อนหรือหลัง หรือหากเปรียบเทียบกับวิธีเรียงสับเปลี่ยน วิธีจัดหมู่จะไม่คำนึงถึงอันดับ หรือ ตำแหน่งที่ของสิ่งของนั้น สำหรับเอกสารประกอบการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่มที่ 5 วิธีจัดหมู่ เล่มนี้ จะกล่าวถึงวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง จัดคราวละ r สิ่ง โดยที่ $0 \leq r \leq n$





วิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง คราวละ r สิ่ง โดยที่ $0 \leq r \leq n$

กำหนดเซต $A = \{1, 2, 3, 4\}$ เซตย่อยของ A ที่มีสมาชิก 3 ตัว จะประกอบด้วย $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}$ และ $\{2, 3, 4\}$ มีจำนวนเซตย่อยเท่ากับ 4 เซต

หากเปรียบเทียบกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนแล้ว วิธีจัดหมู่ เป็นการดำเนินการจัดสิ่งของที่ไม่คำนึงถึงอันดับที่ของสิ่งของ แต่สำหรับวิธีเรียงสับเปลี่ยนจะคำนึงถึงอันดับที่ของสิ่งของ จากตัวอย่างการหาเซตย่อยของเซต A ข้างต้น จะเปรียบเทียบคำตอบของวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นและวิธีจัดหมู่ได้ดังนี้

วิธีเรียงสับเปลี่ยน	วิธีจัดหมู่
$\{1, 2, 3\}, \{1, 3, 2\}, \{2, 1, 3\}$ $\{2, 3, 1\}, \{3, 1, 2\}, \{3, 2, 1\}$	$\{1, 2, 3\}$
$\{1, 2, 4\}, \{1, 4, 2\}, \{2, 1, 4\}$ $\{2, 4, 1\}, \{4, 1, 2\}, \{4, 2, 1\}$	$\{1, 2, 4\}$
$\{1, 3, 4\}, \{1, 4, 3\}, \{3, 1, 4\}$ $\{3, 4, 1\}, \{4, 1, 3\}, \{4, 3, 1\}$	$\{1, 3, 4\}$
$\{2, 3, 4\}, \{2, 4, 3\}, \{3, 2, 4\}$ $\{3, 4, 2\}, \{4, 2, 3\}, \{4, 3, 2\}$	$\{2, 3, 4\}$

จำนวนเซตย่อยของ A ที่มีสมาชิก 3 ตัว มีทั้งหมด 4 เซต ซึ่งจะพบว่าสมาชิกในเซตย่อยของวิธีจัดหมู่ จะเป็นสมาชิกในชุดเดียวกันกับของวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น โดยไม่คำนึงถึงตำแหน่งหรืออันดับที่ของสิ่งของ



นักเรียนคิดว่า จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง
เมื่อนำมาจัดหมู่คราวละ r สิ่ง เมื่อ $0 \leq r \leq n$
จะมีความสัมพันธ์อย่างไร



ไปศึกษาความสัมพันธ์ของวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง
นำมาจัดหมู่คราวละ r สิ่ง โดยที่ $0 \leq r \leq n$
จากกิจกรรมที่ 5.1 กันเลย



กิจกรรม

วิธีจัดหมู่

จุดประสงค์การเรียนรู้ : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาในเรื่องวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดได้

- คำสั่ง
1. จงแสดงวิธีการจัดหมู่สิ่งของกำหนด เพื่อหาจำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด
 2. จงหาความสัมพันธ์ในรูปแพททอเรียลของจำนวนวิธีจัดหมู่กับจำนวนสิ่งของทั้งหมด และจำนวนสิ่งของที่นำมาจัดหมู่

สถานการณ์ที่ 1

มีตัวอักษรที่ต่างกันคือ A B C D ต้องการเลือกมาจัดหมู่ หมู่ละ 2 ตัว

A B C D



จัดหมู่ได้ทั้งหมดวิธี

จากจำนวนวิธีจัดหมู่ ควรเขียนในรูปแพททอเรียลที่สัมพันธ์กับจำนวนสิ่งของทั้งหมด และจำนวนสิ่งของที่นำมาจัดหมู่ ได้เป็น

..... วิธี



สถานการณ์ที่ 2

มีตัวอักษรที่แตกต่างกันคือ A B C D ต้องการเลือกมาจัดหมู่ หมู่ละ 3 ตัว

A B C D



จัดหมู่ได้ทั้งหมดวิธี

จากจำนวนวิธีจัดหมู่ ควรเขียนในรูปแฟกทอเรียลที่สัมพันธ์กับจำนวนสิ่งของทั้งหมด และจำนวนสิ่งของที่นำมาจัดหมู่ ได้เป็น

..... วิธี



สถานการณ์ที่ 3

มีตัวอักษรที่แตกต่างกันคือ A B C D E ต้องการเลือกมาจัดหมู่ หมู่ละ 3 ตัว

A B C D E



จัดหมู่ได้ทั้งหมดวิธี

จากจำนวนวิธีจัดหมู่ ควรเขียนในรูปแฟกทอเรียลที่สัมพันธ์กับจำนวนสิ่งของทั้งหมด และจำนวนสิ่งของที่นำมาจัดหมู่ ได้เป็น

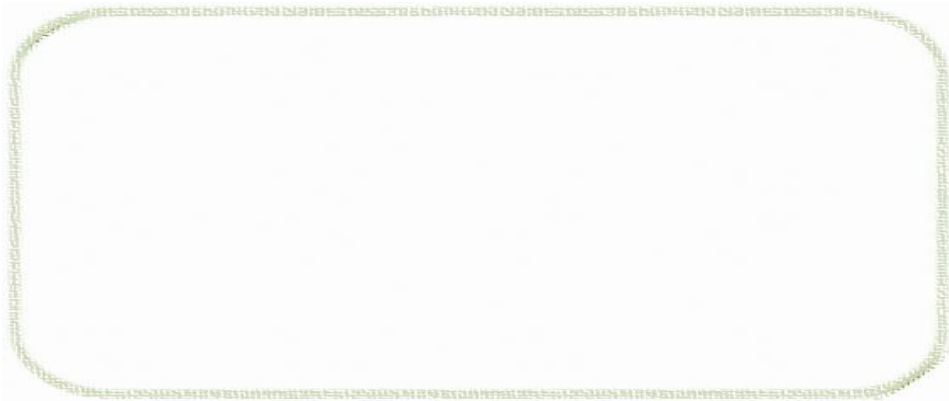
..... วิธี



สถานการณ์ที่ 4

มีตัวอักษรที่แตกต่างกันคือ A B C D E ต้องการเลือกมาจัดหมู่ หมู่ละ 4 ตัว

A B C D E



จัดหมู่ได้ทั้งหมดวิธี

จากจำนวนวิธีจัดหมู่ ควรเขียนในรูปแฟกทอเรียลที่สัมพันธ์กับจำนวนสิ่งของทั้งหมด และจำนวนสิ่งของที่นำมาจัดหมู่ ได้เป็น

..... วิธี



ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง นำสิ่งของเหล่านั้นมาจัดหมู่คราวละ r สิ่ง โดยที่ $0 \leq r \leq n$ จะมีจำนวนวิธีจัดหมู่ได้แตกต่างกัน เท่ากับ.....วิธี





จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง จัดคราวละ r สิ่ง โดยที่ $0 \leq r \leq n$

เมื่อมีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง ต้องการจัดเป็นหมู่ คราวละ r สิ่ง โดยที่ $0 \leq r \leq n$ ซึ่งไม่คำนึงถึงการสลับตำแหน่งของสิ่งของ r สิ่งในหมู่นั้น จะคิดเปรียบเทียบกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง นำมาจัดเรียงคราวละ r สิ่ง โดยที่ $0 \leq r \leq n$ ดังนี้

สมมติว่ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง ต้องการจัดเป็นหมู่ ๆ ละ r สิ่ง โดยที่ $0 \leq r \leq n$ เราต้องการทราบว่าทั้งหมดกี่หมู่ หรือจำนวนวิธีในการจัดหมู่ดังกล่าว

ให้ $C_{n,r}$ หรือ $\binom{n}{r}$ แทนจำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของ n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง

ในแต่ละวิธีจัดหมู่ของสิ่งของ r สิ่ง เมื่อนำมาจัดเรียงในแนวเส้นตรง จะได้วิธีเรียงสับเปลี่ยน $r!$ วิธี

เช่น ABC เป็นสิ่งของที่แตกต่างกัน 3 สิ่ง เมื่อนำมาเรียงสับเปลี่ยนคราวละ 2 สิ่ง จะได้

วิธีเรียงสับเปลี่ยน	วิธีจัดหมู่
AB BA	AB
AC CA	AC
BC CB	BC
จัดได้ 6 วิธี	จัดได้ 3 วิธี

นั่นคือ ในแต่ละวิธีของการจัดหมู่ จะจัดเรียงสับเปลี่ยนได้ $2 = 2!$ วิธี (ในที่นี้ $r = 2$)

ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของคราวละ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง เท่ากับ $C_{n,r} \times r!$

จาก จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดเรียงคราวละ r สิ่ง เท่ากับ $P_{n,r}$

ดังนั้นสำหรับการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง คราวละ r สิ่ง จึงพิจารณาขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง ได้ $C_{n,r}$ วิธี
ขั้นตอนที่ 2 จัดเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ r สิ่ง ได้ $r!$ วิธี

โดยหลักการคูณ จะได้ว่า $C_{n,r} \times r! = P_{n,r}$
ดังนั้น $C_{n,r} = \frac{P_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

นั่นคือ จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของ n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง โดยที่ $0 \leq r \leq n$ เท่ากับ $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี หรือ เขียนอีกรูปแบบหนึ่งได้เป็น

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \text{ วิธี}$$

หมายเหตุ ; $\binom{n}{r}$ อ่านว่า n เลือก r

ถ้ายังไม่เข้าใจ ให้กลับไปอ่าน
ทำความเข้าใจอีกรอบนะคะ





ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นจริงหรือไม่

1. จาก $\frac{P_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ ดังนั้น $\frac{P_{n,r}}{r!} = C_{n,r}$ และ $P_{n,r} = r! \times C_{n,r}$

2. $\binom{n}{0} = 1$ และ $\binom{n}{n} = 1$

3. $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ เพราะว่า

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{n!}{(n-(n-r))!(n-r)!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{n-r}$$

เมื่อเข้าใจดีแล้ว เราไปศึกษาจากตัวอย่างต่อไปนี้ได้เลยนะคะ



ตัวอย่างที่ 5.1

มีลูกบอลที่แตกต่างกันทั้งหมด 7 ลูก ต้องการเลือกมา 3 ลูก จะมีวิธีการเลือกที่แตกต่างกันได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ จำนวนวิธีที่จะเลือกลูกบอล 3 ลูก จากลูกบอลทั้งหมด 7 ลูก จะเลือกได้

$$\begin{aligned}\binom{7}{3} &= \frac{7!}{(7-3)!3!} \\ &= \frac{7!}{4!3!} \\ &= \frac{210}{6} \\ &= 35\end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะเลือกลูกบอล 3 ลูก จากลูกบอลทั้งหมด 7 ลูก จะเลือกได้ 35 วิธี

ตัวอย่างที่ 5.2

บนเส้นรอบวงกลมมีจุดสี่ซึ่งแตกต่างกัน 12 จุด จำนวนรูปห้าเหลี่ยมที่มีจุดสี่ที่แตกต่างกันเหล่านี้เป็นจุดยอดมุมทั้ง 5 มุม มีจำนวนเท่าใด

วิธีทำ จำนวนรูปห้าเหลี่ยม ซึ่งมีจุดยอดมุมจากจุดสี่ที่แตกต่างกัน 12 จุด บนเส้นรอบวงกลม สามารถสร้างได้เท่ากับ

$$\begin{aligned}\binom{12}{5} &= \frac{12!}{(12-5)!5!} \\ &= \frac{12!}{7!5!} \\ &= 792\end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนรูปห้าเหลี่ยมซึ่งมีจุดยอดมุมจากจุดสี่ซึ่งแตกต่างกันบนเส้นรอบวงกลม จำนวน 12 จุด เท่ากับ 792 รูป

ตัวอย่างที่ 5.3

มีไฟชุดหนึ่งซึ่งเป็นชุดไฟโพลีแดงจำนวน 13 ใบ คือ A โพลีแดง, 2 โพลีแดง, 3 โพลีแดง,..., J โพลีแดง, Q โพลีแดง และ K โพลีแดง ชนิดละ 1 ใบ ต้องการหยิบไฟมา 3 ใบ จะมีวิธีแตกต่างกันได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

- 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 2) ทุกครั้งที่หยิบจะต้องได้ A โพลีแดง
- 3) ทุกครั้งที่หยิบจะต้องไม่ได้ A โพลีแดง

วิธีทำ 1) ต้องการหยิบไฟ 3 ใบ จากไฟทั้งหมด 13 ใบ จะหยิบได้แตกต่างกันทั้งหมด

$$\begin{aligned} \text{เท่ากับ } \binom{13}{3} &= \frac{13!}{(13-3)!3!} \\ &= \frac{13!}{10!3!} \\ &= 286 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีในการหยิบไฟ 3 ใบ จากไฟทั้งหมด 13 ใบ ได้แตกต่างกันทั้งหมด 286 วิธี

2) ต้องการหยิบไฟ 3 ใบ จากไฟทั้งหมด 13 ใบ เมื่อทุกครั้งที่หยิบจะต้องมี A โพลีแดง จะหยิบได้แตกต่างกันทั้งหมด 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 หยิบได้ A โพลีแดง ได้ 1 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 หยิบได้ไฟอื่นที่ไม่ใช่ A โพลีแดง อีก 2 ใบ จากไฟที่เหลือ 12 ใบ

$$\begin{aligned} \text{เท่ากับ } \binom{12}{2} &= \frac{12!}{(12-2)!2!} \\ &= \frac{12!}{10!2!} \\ &= 66 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีในการหยิบไฟ 3 ใบ จากไฟทั้งหมด 13 ใบ เมื่อทุกครั้งที่หยิบจะต้องมี A โพลีแดง จะหยิบได้แตกต่างกันทั้งหมด $1 \times 66 = 66$ วิธี

3) ต้องการหยิบไพ่ 3 ใบ จากไพ่ทั้งหมด 13 ใบ เมื่อทุกครั้งที่หยิบจะต้องไม่มี Aโพแดง จะสามารถแสดงวิธีคิดได้ 2 วิธี ดังนี้

วิธีที่ 1 เลือกหยิบไพ่ใบอื่น 12 ใบ ยกเว้นไพ่ Aโพแดง มา 3 ใบ ได้จำนวนวิธีที่แตกต่างกันเท่ากับ

$$\begin{aligned} \binom{12}{3} &= \frac{12!}{(12-3)!3!} \\ &= \frac{12!}{9!3!} \\ &= \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9! \times 3 \times 2 \times 1} \\ &= 220 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีในการหยิบไพ่ 3 ใบ จากไพ่ทั้งหมด 13 ใบ เมื่อทุกครั้งที่หยิบจะต้องไม่มี Aโพแดง จะหยิบได้แตกต่างกันทั้งหมด 220 วิธี

วิธีที่ 2 คำนวณจาก หยิบไพ่ 3 ใบ จาก 13 ใบ เมื่อไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม
ลบด้วยจำนวนวิธีในการหยิบไพ่ 3 ใบ จากไพ่ 12 ใบ
เมื่อทุกครั้งที่หยิบได้ไพ่ Aโพแดง ได้จำนวนวิธีเท่ากับ $286 - 66 = 220$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในการหยิบไพ่ 3 ใบ จากไพ่ทั้งหมด 13 ใบ เมื่อทุกครั้งที่หยิบจะต้องไม่มี Aโพแดง จะหยิบได้แตกต่างกันทั้งหมด 220 วิธี



ตัวอย่างที่ 5.4

บนเส้นรอบวงของวงกลมวงหนึ่ง มีจุด 7 จุด เราจะสร้างรูปหลายเหลี่ยม
บรรจบในวงกลม โดยอาศัยจุดเหล่านี้ได้กี่รูป

วิธีทำ เนื่องจากต้องการใช้จุด 7 จุด มาสร้างรูปเหลี่ยม ซึ่งไม่ได้กำหนดว่าเป็นรูปกี่เหลี่ยม
ดังนั้น จากจุด 7 จุดจะพิจารณารูปเหลี่ยมได้ทั้งหมด 5 กรณี

กรณีที่ 1 สร้างเป็นรูปสามเหลี่ยม 1 รูป จะต้องใช้จุด 3 จุด

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างรูปสามเหลี่ยมจากจุด 7 จุดเท่ากับ $\binom{7}{3}$ วิธี

กรณีที่ 2 สร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยม 1 รูป จะต้องใช้จุด 4 จุด

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างรูปสี่เหลี่ยมจากจุด 7 จุดเท่ากับ $\binom{7}{4}$ วิธี

กรณีที่ 3 สร้างเป็นรูปห้าเหลี่ยม 1 รูป จะต้องใช้จุด 5 จุด

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างรูปห้าเหลี่ยมจากจุด 7 จุดเท่ากับ $\binom{7}{5}$ วิธี

กรณีที่ 4 สร้างเป็นรูปหกเหลี่ยม 1 รูป จะต้องใช้จุด 6 จุด

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างรูปหกเหลี่ยมจากจุด 7 จุดเท่ากับ $\binom{7}{6}$ วิธี

กรณีที่ 5 สร้างเป็นรูปเจ็ดเหลี่ยม 1 รูป จะต้องใช้จุด 7 จุด

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างรูปเจ็ดเหลี่ยมจากจุด 7 จุดเท่ากับ $\binom{7}{7}$ วิธี

จากทั้ง 5 กรณี โดยหลักการบวกจะสามารถสร้างรูปเหลี่ยมต่าง ๆ ได้ทั้งหมดเท่ากับ

$$\begin{aligned} \binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} &= \frac{7!}{4!3!} + \frac{7!}{3!4!} + \frac{7!}{2!5!} + \frac{7!}{1!6!} + \frac{7!}{0!7!} \\ &= 35 + 35 + 21 + 7 + 1 \\ &= 99 \text{ รูป} \end{aligned}$$

ดังนั้น บนเส้นรอบวงของวงกลมวงหนึ่ง มีจุด 7 จุด จะสร้างรูปเหลี่ยม
บรรจบในวงกลม โดยอาศัยจุดเหล่านี้ได้ 99 รูป

ตัวอย่างที่ 5.5

ข้อสอบฉบับหนึ่งมีจำนวน 15 ข้อ นักเรียนต้องเลือกทำทั้งหมด 10 ข้อ กำหนดว่า 5 ข้อแรกให้เลือกทำจำนวน 3 ข้อ นักเรียนจะมีวิธีเลือกทำข้อสอบได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ ในการเลือกทำข้อสอบจำนวน 10 ข้อ จาก 15 ข้อ โดย 5 ข้อแรกให้เลือกทำ 3 ข้อ ส่วนอีก 7 ข้อ เลือกจาก 10 ข้อหลัง จะมีจำนวนวิธีในการเลือกทำได้แตกต่างกัน พิจารณาจากขั้นตอน ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ขั้นตอนที่ 1 ใน 5 ข้อแรกเลือกทำ 3 ข้อ ทำได้ } & \binom{5}{3} = \frac{5!}{(5-3)!3!} = 10 \text{ วิธี} \\ \text{ขั้นตอนที่ 2 ใน 10 ข้อหลังเลือกทำ 7 ข้อ ทำได้ } & \binom{10}{7} = \frac{10!}{(10-7)!7!} = 8 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

ดังนั้น นักเรียนจะมีจำนวนวิธีในการเลือกทำข้อสอบเท่ากับ $10 \times 8 = 80$ วิธี

นักเรียนพร้อมที่จะทำแบบฝึกแล้วใช่ไหมคะ
ไปทำแบบฝึกกันเลย



แบบฝึกที่ 5.1

จุดประสงค์การเรียนรู้ : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้วิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดได้

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำประกอบการหาคำตอบ ทุกข้อ

- บริษัทแห่งหนึ่งมีตำแหน่งงานว่างอยู่ 5 ตำแหน่ง มีคนมาสมัครเข้าทำงานทั้งหมด 9 คน ผู้จัดการจะมีโอกาสเลือกผู้สมัครเข้าทำงานทั้ง 5 ตำแหน่ง โดยไม่คำนึงว่าใครจะได้ตำแหน่งใดได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ จำนวนวิธีที่จะเลือกคนเข้าทำงาน 5 ตำแหน่ง จากผู้สมัครทั้งหมด 9 คน จะเลือกได้

.....

.....

.....

.....

- การแข่งขันฟุตบอลรอบแรก แบบพบกันหมด จากทีมฟุตบอลทั้งหมด 12 ทีม จะมีการแข่งขันทั้งหมดกี่ครั้ง

วิธีทำ จำนวนการแข่งขันฟุตบอลรอบแรก แบบพบกันหมด จากทีมฟุตบอลทั้งหมด 12 ทีม เท่ากับ

.....

.....

.....

.....

3. น้องพลอยต้องการเชิญเพื่อน 6 คน มารับประทานอาหารในงานเลี้ยงวันเกิด จะมีวิธีการเชิญได้ทั้งหมดกี่วิธี โดยที่จะเชิญกี่คนก็ได้ (ต้องเชิญอย่างน้อย 1 คน)

วิธีทำ จำนวนวิธีที่จะเชิญเพื่อนจำนวน 6 คน โดยจะเชิญกี่คนก็ได้ จะมีวิธีที่แตกต่างกันทั้งหมด วิธี ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. มีจุดบนระนาบ 25 จุด โดยไม่มี 3 จุดใด ๆ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
- 4.1 ถ้าจุด 2 จุด สร้างส่วนของเส้นตรงได้หนึ่งเส้น จะมีส่วนของเส้นตรงที่แตกต่างกันได้กี่เส้น
- 4.2 ถ้าจุดสามจุดสร้างรูปสามเหลี่ยมได้หนึ่งรูป จะมีรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดเหล่านี้เป็นจุดยอดได้แตกต่างกันกี่รูป

วิธีทำ 4.1 มีจุดบนระนาบ 25 จุด โดยไม่มี 3 จุดใด ๆ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ต้องการสร้างส่วนของเส้นตรงซึ่งเกิดจากการลากเส้นเชื่อมจุด 2 จุด จะได้ส่วนของเส้นตรง 1 เส้น

.....

.....

.....

4.2 มีจุดบนระนาบ 25 จุด โดยไม่มี 3 จุดใด ๆ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
 ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยม ซึ่งเกิดจากการลากเส้นเชื่อมจุด 3 จุด
 จะได้รูปสามเหลี่ยม 1 รูป

.....

5. ทองกาวมีหมวกสีต่าง ๆ กันทั้งหมด 10 ใบ ในที่นี้มีหมวกสีแดงอยู่ด้วย ถ้าต้องการหยิบหมวก
 ออกมาจำนวนหนึ่ง จะมีวิธีการหยิบกี่วิธี เมื่อต้องการให้

5.1 ได้หมวก 3 ใบ

5.2 ได้หมวกอย่างน้อย 7 ใบ และต้องเป็นหมวกสีแดงด้วยเสมอ

วิธีทำ

5.1 มีหมวกสีต่าง ๆ กันจำนวน 10 ใบ จำนวนวิธีในการหยิบหมวกได้จำนวน 3 ใบ
 เท่ากับ

.....

5.2 มีหมวกสีต่าง ๆ กัน 10 ใบ จำนวนวิธีในการหยิบหมวกได้อย่างน้อย 7 ใบ
 และต้องมีหมวกสีแดงด้วยเสมอ เท่ากับ

.....

จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง
จัดคราวละ r สิ่ง โดยที่ $0 \leq r \leq n$ (ต่อ)



ตัวอย่างที่ 5.6

มีหนังสือที่แตกต่างกันจำนวน 9 เล่ม ในจำนวนนี้มีหนังสือนิยาย 4 เล่ม
หนังสือการ์ตูน 3 เล่ม และหนังสือนิทาน 2 เล่ม
จงหาจำนวนวิธีที่จะเลือกมา 4 เล่ม โดยที่ต้องเป็นหนังสือนิยาย 2 เล่ม

วิธีทำ ในการเลือกหนังสือ 4 เล่ม จากหนังสือนิยาย 4 เล่ม และหนังสือการ์ตูน 5 เล่ม
และต้องการหนังสือนิยาย 2 เล่ม สามารถพิจารณาได้ 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกหนังสือนิยาย จำนวน 2 เล่ม จาก 4 เล่ม ได้เท่ากับ

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{(4-2)!2!} = \frac{4!}{2!2!} = 6 \text{ วิธี}$$

ขั้นตอนที่ 2 เลือกหนังสืออีกจำนวน 2 เล่ม จากหนังสืออื่น ๆ 5 เล่ม

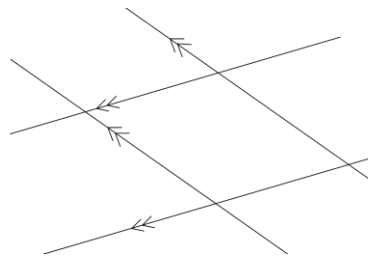
$$\text{ได้เท่ากับ } \binom{5}{2} = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{5!}{3!2!} = 10 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น โดยหลักการคูณ จำนวนวิธีในการเลือกหนังสือ 4 เล่ม ตามเงื่อนไขที่กำหนด
ได้เท่ากับ $6 \times 10 = 60$ วิธี

ตัวอย่างที่ 5.7

มีเส้นตรงที่ขนานกันสองชุด ชุดที่หนึ่งมี 6 เส้น ชุดที่สองมี 7 เส้น
ถ้าให้เส้นตรงที่ขนานกันทั้งสองชุดตัดกัน จะเกิดสี่เหลี่ยมด้านขนาน
ทั้งหมดกี่รูป

วิธีทำ การเกิดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานจากเส้นตรงคู่ที่ขนานกัน จะเกิดขึ้นเมื่อด้านตรงข้ามกัน
ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จะขนานกัน 2 คู่ ดังแสดงในรูป



ดังนั้น จากเส้นตรงที่ขนานกัน 2 ชุด จึงต้องเลือกเส้นตรงคู่ที่ขนานกันมาชุดละ
2 เส้น จึงพิจารณา 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เส้นตรงที่ขนานกันชุดที่ 1 เลือกมา 2 เส้นจะเลือกได้ $\binom{6}{2}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เส้นตรงที่ขนานกันชุดที่ 2 เลือกมา 2 เส้นจะเลือกได้ $\binom{7}{2}$ วิธี

นั่นคือ โดยใช้หลักการคูณ จะเกิดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานทั้งหมดเท่ากับ

$$\begin{aligned} \binom{6}{2} \times \binom{7}{2} &= \frac{6!}{(6-2)!2!} \times \frac{7!}{(7-2)!2!} \\ &= \frac{6!}{4!2!} \times \frac{7!}{5!2!} \\ &= 15 \times 21 \\ &= 315 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

ดังนั้น เส้นตรงที่ขนานกันสองชุด ชุดที่หนึ่งมี 6 เส้น ชุดที่สองมี 7 เส้น
เมื่อเส้นตรงที่ขนานกันทั้งสองชุดตัดกัน จะเกิดสี่เหลี่ยมด้านขนาน
ทั้งหมดกี่รูป 315 วิธี

ตัวอย่างที่ 5.8

โรงงานแห่งหนึ่งมีพนักงาน 15 คน เป็นหญิง 6 คน ชาย 9 คน
 เจ้าของโรงงานรับงานมา 3 ชนิด โดยงานชนิดที่หนึ่งต้องใช้คนงานหญิง
 3 คน งานชนิดที่สองต้องใช้คนงานชาย 5 คน ส่วนงานชนิดที่สาม
 ใช้คนงานชายหรือหญิงก็ได้จำนวน 3 คน จำนวนวิธีที่เจ้าของโรงงาน
 จะเลือกคนงานมาทำงานทั้งสามชนิดนี้เป็นเท่าใด

วิธีทำ จากจำนวนคนงาน 15 คน เป็นหญิง 6 คน และเป็นชาย 9 คน ต้องการจัดกลุ่ม
 เพื่อทำงาน 3 ชนิด โดยมีเงื่อนไข ดังนี้
 งานชนิดที่ 1 ต้องการคนงานหญิง 3 คน

ดังนั้น มีคนงานหญิง 6 คน เลือกมา 3 คน จัดได้ $\binom{6}{3}$ วิธี

งานชนิดที่ 2 ต้องการคนงานชาย 5 คน

ดังนั้น มีคนงานชาย 9 คน เลือกมา 5 คน จัดได้ $\binom{9}{5}$ วิธี

งานชนิดที่ 3 ต้องการคนงานเป็นชายหรือหญิงก็ได้จำนวน 3 คน

ดังนั้น มีคนงานชายเหลืออยู่ 4 คน และเหลือคนงานหญิงอยู่ 3 คน

รวมมีคนงาน 7 คน เลือกมา 3 คน จัดได้ $\binom{7}{3}$ วิธี

นั่นคือ โดยใช้หลักการคูณ จำนวนวิธีในการจัดคนเข้าทำงานทั้ง 3 ชนิด

ตามเงื่อนไขได้เท่ากับ

$$\begin{aligned} \binom{6}{3} \times \binom{9}{5} \times \binom{7}{3} &= \frac{6!}{(6-3)!3!} \times \frac{9!}{(9-5)!5!} \times \frac{7!}{(7-3)!3!} \\ &= 20 \times 126 \times 35 \\ &= 88,200 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนคนงาน 15 คน เป็นหญิง 6 คน และเป็นชาย 9 คน

ต้องการจัดกลุ่มเพื่อทำงาน 3 ชนิด ตามเงื่อนไขกำหนดเท่ากับ 88,200 วิธี

ตัวอย่างที่ 5.9

ในการเลือกตั้งผู้แทนราษฎรของจังหวัดหนึ่ง ซึ่งมีผู้แทนราษฎรได้ 3 คน ปรากฏว่ามีพรรคการเมืองส่งผู้สมัครมา 6 พรรค โดยมี 3 พรรค ที่ส่งผู้สมัครครบ 3 คน ส่วนอีก 3 พรรค ส่งผู้สมัครมาเพียงพรรคละ 2 คน จงหาจำนวนวิธีเลือกผู้แทนทั้ง 3 คน เมื่อ

- 1) อยู่พรรคเดียวกันทั้ง 3 คน
- 2) อยู่พรรคเดียวกัน 2 คน

วิธีทำ 1) ต้องการผู้แทนราษฎรที่อยู่พรรคเดียวกันทั้ง 3 คน เนื่องจากมีพรรคที่ส่งผู้สมัคร 3 คน จำนวน 3 พรรค ดังนั้นพิจารณา 2 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 จาก 3 พรรค เลือกมา 1 พรรค เลือกได้ $\binom{3}{1}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 จากผู้สมัคร 3 คน เลือกมา 3 คน เลือกได้ $\binom{3}{3}$ วิธี

โดยหลักการคูณจำนวนวิธีในการได้ผู้แทนทั้ง 3 คนที่มาจากพรรคเดียวกัน มีจำนวนวิธีที่แตกต่างกันเท่ากับ

$$\begin{aligned} \binom{3}{1} \times \binom{3}{3} &= \frac{3!}{(3-1)!1!} \times \frac{3!}{(3-3)!3!} \\ &= \frac{3!}{2!1!} \times \frac{3!}{0!3!} \\ &= 3 \times 1 \\ &= 3 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกผู้แทนทั้ง 3 คน อยู่พรรคเดียวกันทั้ง 3 คนเท่ากับ 3 วิธี

2) ต้องการผู้แทนราษฎรที่อยู่พรรคเดียวกัน 2 คน จะพิจารณา 2 กรณี ดังนี้
กรณีที่ 1 มาจากพรรคที่มี 3 คน

ขั้นตอนที่ 1 จาก 3 พรรค เลือกมา 1 พรรค เลือกได้ $\binom{3}{1}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 จากผู้สมัคร 3 คน เลือกมา 2 คน เลือกได้ $\binom{3}{2}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกผู้สมัคร 1 คน จากผู้สมัครที่เหลือ 12 คน เลือกได้ $\binom{12}{1}$ วิธี

ดังนั้น โดยหลักการคูณจำนวนวิธีในการได้ผู้แทน 2 คนที่มาจากพรรคเดียวกัน
 มีจำนวนวิธีที่แตกต่างกันเท่ากับ

$$\binom{3}{1} \times \binom{3}{2} \times \binom{12}{1} = 108 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 2 มาจากพรรคที่มี 2 คน ซึ่งมี 3 พรรค

ขั้นตอนที่ 1 จาก 3 พรรค เลือกมา 1 พรรค เลือกได้ $\binom{3}{1}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 จากผู้สมัคร 2 คน เลือกมา 2 คน เลือกได้ $\binom{2}{2}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกผู้สมัคร 1 คน จากผู้สมัครที่เหลือ 13 คน เลือกได้ $\binom{13}{1}$ วิธี

ดังนั้น โดยหลักการคูณจำนวนวิธีในการได้ผู้แทน 2 คนที่มาจากพรรคเดียวกัน

$$\text{มีจำนวนวิธีที่แตกต่างกันเท่ากับ } \binom{3}{1} \times \binom{2}{2} \times \binom{13}{1} = 39 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จากทั้ง 2 กรณี โดยหลักการบวก จำนวนวิธีในการได้ผู้แทนราษฎร
 ที่มี 2 คนอยู่พรรคเดียวกัน เท่ากับ $108 + 39 = 147$ วิธี

ตัวอย่างที่ 5.10

มีจำนวนเต็มที่แตกต่างกัน 8 ตัว ในจำนวนนี้มีจำนวนเต็มบวก 6 ตัว และจำนวนเต็มลบ 2 ตัว ถ้าหยิบจำนวนเต็มเหล่านี้ออกมา 4 ตัว จงหาจำนวนวิธีการหยิบ เมื่อ

- 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 2) ผลคูณของทั้ง 4 ตัว เป็นจำนวนลบ
- 3) ผลคูณของทั้ง 4 ตัว เป็นจำนวนบวก

วิธีทำ 1) ต้องการหยิบจำนวนเต็ม จำนวน 4 ตัว จากจำนวนเต็มบวก 6 ตัว และจำนวนเต็มลบ 2 ตัว รวมเป็น 8 ตัว มีจำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{8}{4} = \frac{8!}{(8-4)!4!} = \frac{8!}{4!4!} = 70 \text{ วิธี}$$

2) ต้องการหยิบจำนวนเต็ม จำนวน 4 ตัว จากจำนวนเต็มบวก 6 ตัว และจำนวนเต็มลบ 2 ตัว เมื่อต้องการให้ผลคูณของจำนวนทั้ง 4 ตัวเป็นจำนวนลบ จะมีกรณีเดียว คือ หยิบได้จำนวนเต็มบวก 3 ตัวและหยิบได้จำนวนเต็มลบ 1 ตัว ดังนั้น จำนวนวิธีการหยิบเท่ากับ

$$\begin{aligned} \binom{6}{3} \times \binom{2}{1} &= \frac{6!}{(6-3)!3!} \times \frac{2!}{(2-1)!1!} \\ &= \frac{6!}{3!3!} \times \frac{2!}{1!1!} \\ &= 20 \times 2 = 40 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีในการหยิบจำนวนเต็มตามเงื่อนไขได้ทั้งหมดเท่ากับ 40 วิธี

- 3) ต้องการหยิบจำนวนเต็ม จำนวน 4 ตัว จากจำนวนเต็มบวก 6 ตัว และจำนวนเต็มลบ 2 ตัวเมื่อต้องการให้ผลคูณของจำนวนทั้ง 4 ตัวเป็นจำนวนบวก จะต้องพิจารณาเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ได้จำนวนเต็มบวกทั้ง 4 ตัว จำนวนวิธีการหยิบเท่ากับ

$$\binom{6}{4} = \frac{6!}{(6-4)!4!} = \frac{6!}{2!4!} = 15 \text{ วิธี}$$

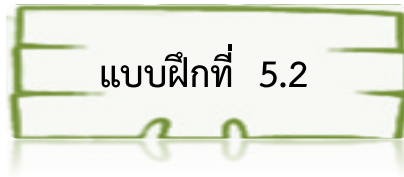
กรณีที่ 2 ได้จำนวนเต็มบวก 2 ตัว และจำนวนเต็มลบ 2 ตัว จำนวนวิธีการหยิบเท่ากับ

$$\begin{aligned} \binom{6}{2} \times \binom{2}{2} &= \frac{6!}{(6-2)!2!} \times \frac{2!}{(2-2)!2!} \\ &= \frac{6!}{4!2!} \times \frac{2!}{0!2!} \\ &= 15 \times 1 = 15 \end{aligned}$$

ดังนั้น จากทั้ง 2 กรณี จำนวนวิธีในการหยิบจำนวนเต็มตามเงื่อนไขได้ทั้งหมด เท่ากับ $15 + 15 = 30$ วิธี

ได้เวลาทำแบบฝึกแล้วค่ะ





จุดประสงค์การเรียนรู้ : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้วิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดได้

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำประกอบการหาคำตอบ ทุกข้อ

1. ต้องการคัดเลือกตัวแทนหมู่บ้านจำนวน 5 คน จาก 4 อาชีพ ประกอบด้วย ตำรวจ 3 คน ครู 4 คน แม่ค้า 5 คน และเกษตรกร 6 คน โดยที่ต้องเป็นเกษตรกร 2 คน ส่วนที่เหลืออาชีพละ 1 คน

วิธีทำ ต้องการคัดเลือกตัวแทนหมู่บ้านจำนวน 5 คน โดยต้องเป็นเกษตรกร 2 คน ส่วนที่เหลืออีก 3 อาชีพ อาชีพละ 1 คน จะมีขั้นตอนการพิจารณา ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันในการหยิบไพ่ 5 ใบ จากไพ่สำหรับหนึ่งซึ่งมีไพ่ 52 ใบ เมื่อ
- 2.1 ไพ่ทั้ง 5 ใบ เป็นไพ่ชุดเดียวกัน
 - 2.2 ไพ่ทั้ง 5 ใบ เป็นไพ่สีเดียวกัน
 - 2.3 ไพ่ทั้ง 5 ใบ เป็นไพ่น้ำคน

วิธีทำ

2.1 ต้องการไพ่ทั้ง 5 ใบ เป็นไพ่ชุดเดียวกัน เนื่องจากไพ่ 1 สำหรับ มี 4 ชุดที่ต่างกัน จึงพิจารณา 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 มีไพ่ที่ต่างกัน 4 ชุด เลือกมา 1 ชุด
เลือกได้ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ไพ่ 1 ชุดมีไพ่ต่างกัน 13 ใบ เลือกมา 5 ใบ
เลือกได้ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในการเลือกไพ่ 5 ใบที่เป็นไพ่ชุดเดียวกัน มีจำนวนวิธีเท่ากับ วิธี

2.2 ต้องการไพ่ทั้ง 5 ใบ เป็นไพ่สีเดียวกัน เนื่องจากไพ่ 1 สำหรับ มี 2 สีที่ต่างกัน จึงพิจารณา 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 มีไพ่ที่ต่างกัน 2 สี เลือกมา 1 สี
เลือกได้ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ไพ่ 1 สีมีไพ่ต่างกัน 26 ใบ เลือกมา 5 ใบ
เลือกได้ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในการเลือกไพ่ 5 ใบที่เป็นไพ่สีเดียวกันมีจำนวนวิธีเท่ากับ มีจำนวนวิธีเท่ากับ วิธี

2.3 ต้องการไพ่ทั้ง 5 ใบเป็นไพ่น้ำคน เนื่องจากไพ่ 1 สำหรับมีไพ่น้ำคนจำนวน 12 ใบ ที่ต่างกัน ดังนั้นเลือกมา 5 ใบ ได้จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ วิธี



3. ห้องเรียนชั้น ม.5 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีทั้งหมด 5 ห้องเรียนแต่ละห้องส่งตัวแทนมาห้องละ 2 คน เป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน ถ้าต้องการคัดเลือกกรรมการ 4 คน จากผู้แทน ทั้ง 10 คน จะมีวิธีเลือกกรรมการทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

- 3.1 ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 3.2 ได้กรรมการชาย 2 คน และกรรมการหญิง 2 คน
- 3.3 ได้กรรมการที่มาจากห้องที่ต่างกัน
- 3.4 ได้กรรมการชายหญิง 1 คู่ ที่มาจากห้องเดียวกัน

วิธีทำ 3.1 ต้องการเลือกกรรมการ 4 คน จากผู้แทนนักเรียนทั้งหมด 10 คน

เลือกได้ วิธี

3.2 ต้องการเลือกกรรมการ 4 คน โดยที่ได้กรรมการชาย 2 คน และกรรมการหญิง 2 คน

.....

.....

.....

.....

.....



3.3 ต้องการเลือกกรรมการ 4 คน โดยที่ได้กรรมการที่มาจากห้องที่ต่างกัน

.....

.....

.....

.....

.....

3.4 ต้องการเลือกกรรมการ 4 คน โดยที่ได้กรรมการชายหญิง 1 คู่ ที่มาจากห้องเดียวกันพิจารณาขั้นตอน ดังนี้

.....

.....

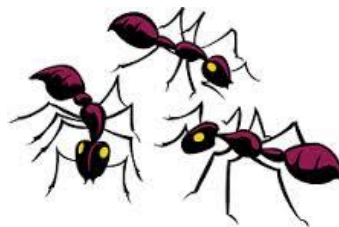
.....

.....

.....

.....

.....



4. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลอยู่ 12 ลูก โดยมีสีแดงที่มีขนาดต่างกัน 5 ลูก สีขาวที่มีขนาดต่างกัน 4 ลูก และสีน้ำเงินที่มีขนาดต่างกัน 3 ลูก ถ้าหยิบลูกบอล 3 ลูก จากกล่องใบนี้ จงหาจำนวนวิธี

4.1 หยิบได้ลูกบอลสีขาว 1 ลูก

4.2 หยิบได้ลูกบอลสีขาวอย่างน้อย 1 ลูก

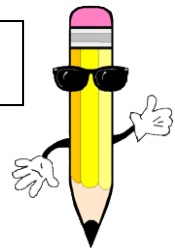
วิธีทำ 4.1

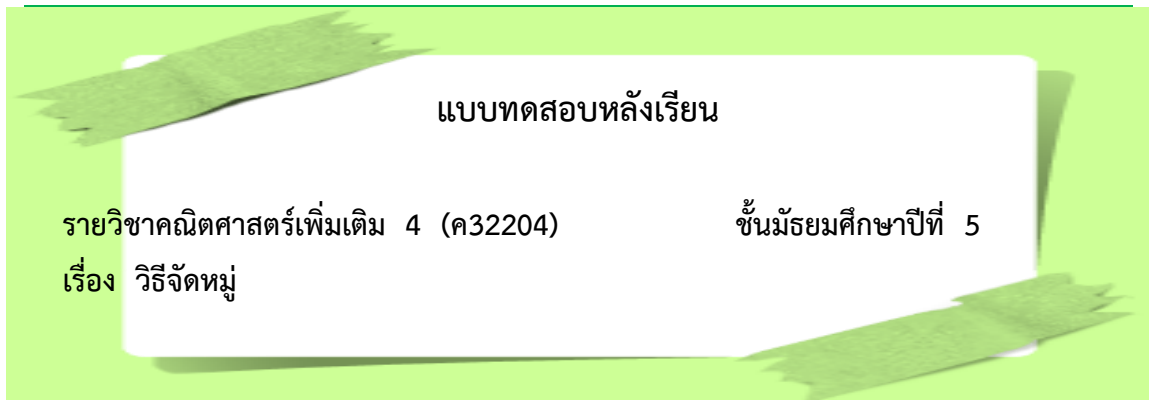
.....

4.2

.....

YOU WIN





คำชี้แจง แบบทดสอบชุดนี้มีทั้งหมด 10 ข้อ ใช้เวลา 15 นาที

คำสั่ง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✕ ลงในช่องตัวเลือกในกระดาษคำตอบที่เห็นว่าถูกต้องที่สุด
เพียงคำตอบเดียว

1. มีข้อสอบคณิตศาสตร์จำนวน 10 ข้อ ถ้าต้องทำข้อสอบชุดนี้ให้ครบ 7 ข้อ จะมีวิธีการเลือก
ทำข้อสอบทั้งหมดกี่วิธี

ก. 80 วิธี

ข. 90 วิธี

ค. 100 วิธี

ง. 110 วิธี

จ. 120 วิธี

2. กรรมการของหมู่บ้านแห่งหนึ่งมี 9 คน มีผู้ชาย 4 คน ผู้หญิง 5 คน ต้องการเลือกตัวแทน
มา 4 คน โดยมีผู้ชายและผู้หญิงอย่างละ 2 คน ได้กี่วิธี

ก. 55 วิธี

ข. 58 วิธี

ค. 60 วิธี

ง. 64 วิธี

จ. 72 วิธี

3. หยิบไพ่ 5 ใบจากสำรับที่มีไพ่ 52 ใบ ได้กี่วิธี ถ้าทั้ง 5 ใบต้องมีแต้มเป็น K Q หรือ J

ก. 392 วิธี

ข. 492 วิธี

ค. 592 วิธี

ง. 692 วิธี

จ. 792 วิธี

8. ต้องการแบ่งหนังสือที่แตกต่างกันทั้งหมด 6 เล่ม ใส่กล่อง 3 กล่องที่แตกต่างกัน โดยที่กล่องที่หนึ่งมี 1 เล่ม กล่องที่สองมี 2 เล่ม และกล่องที่ 3 มี 3 เล่ม จะมีจำนวนวิธีในการนำหนังสือใส่ตามเงื่อนไขทั้งหมดกี่วิธี

ก. 60 วิธี

ข. 80 วิธี

ค. 100 วิธี

ง. 110 วิธี

จ. 120 วิธี

9. มีรถยนต์ 3 คัน คันหนึ่งมีที่ว่าง 3 ที่ คันที่สองมีที่ว่าง 4 ที่ และคันที่สามมีที่ว่าง 5 ที่ จำนวนวิธีที่นักเรียน 12 คน จะขึ้นรถทั้งสามคันนี้ เท่ากับข้อใด

ก. $\frac{12!}{3! \times 4! \times 5!}$

ข. $\frac{11!}{2! \times 2! \times 4! \times 5!}$

ค. $\frac{12!}{2! \times 4! \times 5!}$

ง. $\frac{11!}{2! \times 4! \times 5!}$

จ. $\frac{12!}{2! \times 3! \times 4! \times 5!}$

10. จะเลือกกรรมการ 5 คน ที่เป็นนักเรียนชาย 3 คน จากนักเรียนชายทั้งหมด 15 คน และเป็นนักเรียนหญิง 2 คน จากนักเรียนหญิง 20 คน ได้กี่วิธี

ก. $\binom{15}{3} \binom{20}{2}$ วิธี

ข. $\binom{15}{5} \binom{20}{5}$ วิธี

ค. $\binom{35}{3} \binom{35}{2}$ วิธี

ง. $\binom{15}{2} \binom{20}{3}$ วิธี

จ. $\binom{35}{2} \binom{35}{3}$ วิธี



กระดาษคำตอบ แบบทดสอบหลังเรียน
เรื่อง วิธีจัดหมู่

ข้อที่	ก	ข	ค	ง	จ
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					



แบบบันทึกคะแนนแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

เล่ม 5 วิธีจัดหมู่

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

รายการ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	ความก้าวหน้า	คิดเป็นร้อยละ
การทดสอบก่อนเรียน	10			
การทดสอบหลังเรียน	10			



แบบบันทึกคะแนนความก้าวหน้าของแบบฝึกหัดระหว่างเรียน
เล่ม 5 วิธีจัดหมู่

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบฝึกที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	คิดเป็นร้อยละ	ผ่านเกณฑ์*	ไม่ผ่านเกณฑ์**
5.1	21				
5.2	30				
รวมทั้งหมด	51				
เฉลี่ย					
คิดเป็นร้อยละ					

- * ผ่านเกณฑ์ หมายความว่า ผู้เรียนได้คะแนนร้อยละ 75 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
- ** ไม่ผ่านเกณฑ์ หมายความว่า ผู้เรียนได้คะแนนน้อยกว่าร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม



บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล เรณู สุทธิวารีย์ และรณชัย มาเจริญทรัพย์. **เตรียมสอบ PET 1 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 4 ม.4-6.** กรุงเทพฯ: ภูมิบัณฑิตการพิมพ์.
- กมล เอกไทยเจริญ. **คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 6 ค016.** กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชซิ่ง.
- _____. (2557). **เทคนิคการทำโจทย์ข้อสอบ คณิตศาสตร์ ม.5 เทอม 2.** กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชซิ่ง.
- คณิต มงคลพิทักษ์สุข. **HI-SPEED MATHS FOR PAT1 & EXAM.** กรุงเทพฯ: SCIENCE CENTER.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (2556). **คู่มือประกอบการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4 – 6 เล่ม 4.** กรุงเทพฯ: พ.ศ. พัฒนา จำกัด.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์ และคณะ. (2545). **กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-6) เล่ม 3.** พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: ประสารมิตร.
- ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (2555). **1001 TESTS IN MATHS 3.** กรุงเทพฯ: แม็ค.
- พิพัฒน์พงศ์ ศรีวิศร. (2555). **คู่มือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4 - 6 เล่ม 4.** กรุงเทพฯ: เดอร์บุคส์.
- ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง. (2542). **แนวคิดหลักมูลทางคณิตศาสตร์ 1.** 500 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- เลิศ สิทธิโกศล. (2555). **Math Review คณิตศาสตร์ ม.4 – 6 เล่ม 4 (เพิ่มเติม).** กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชซิ่ง.
- สถาบันส่งเสริมการสอนการศึกษาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2544). **เอกสารเสริมความรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง คอมบินาทอริก.** 3,000 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สำนักพัฒนาธุรกิจ.
- _____. (2553). **หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เล่ม 4.** 350,000 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สกสค. ลาดพร้าว.
- _____. (2553). **คู่มือครูรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เล่ม 4.** 5,000 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สกสค. ลาดพร้าว.
- สมพร สุนันทน์โอภาส. (2539). **คณิตศาสตร์ทางด้านวิธีจัดหมู่เบื้องต้น.** 1,000 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

บรรณานุกรม (ต่อ)

สมัย เหล่าวานิชย์. **คู่มือคณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 6**. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.

สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชรพรณ เหล่าวานิชย์. **คณิตศาสตร์4 พื้นฐาน + เพิ่มเติม**. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.

สุเทพ จันทร์สมบัติ และสุเทพ ทองอยู่. **คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์ 6 ม.6 เล่ม 6 ค016**. กรุงเทพฯ: ภูมิบัณฑิต.



ภาคผนวก

เกณฑ์การให้คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบก่อนเรียนและแบบทดสอบหลังเรียน

แบบทดสอบละ 10 ข้อ ให้คะแนนข้อละ 1 คะแนน ตามรายละเอียด ดังนี้

คะแนน	รายละเอียด
1	หมายถึง เลือกข้อคำตอบได้ถูกต้อง
0	หมายถึง เลือกข้อคำตอบไม่ถูกต้อง

เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกที่ 5.1

ข้อที่ 1 - 3 ให้คะแนนข้อละ 3 คะแนน

ข้อที่ 4 และ 5 มี 2 ข้อย่อย ให้คะแนนข้อย่อยละ 3 คะแนน

ตามรายละเอียด ดังนี้

คะแนน	รายละเอียด
3	หมายถึง คำตอบถูกต้อง แสดงเหตุผลถูกต้อง แนวคิดชัดเจน
2	หมายถึง คำตอบถูกต้อง แสดงเหตุผลถูกต้อง อาจมีข้อผิดพลาดเล็กน้อย
1	หมายถึง แสดงวิธีคิดเล็กน้อย เหตุผลหรือการคำนวณผิดพลาด
0	หมายถึง ไม่แสดงวิธีคิด ไม่ได้คำตอบ หรือตอบไม่ถูก

รวมคะแนนเต็ม 21 คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกที่ 5.2

ข้อที่ 1 ให้คะแนนข้อละ 3 คะแนน

ข้อที่ 2 มี 3 ข้อย่อย ให้คะแนนข้อย่อยละ 3 คะแนน

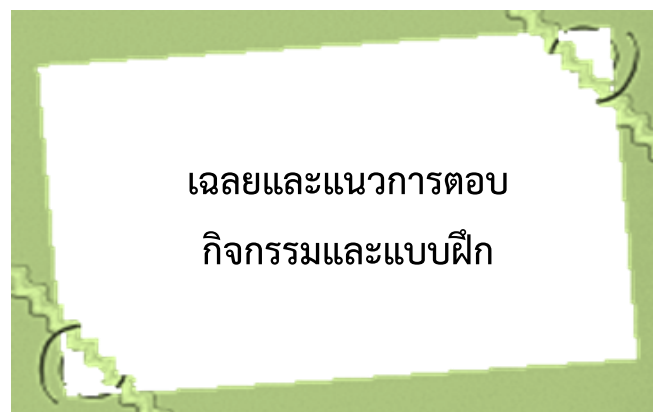
ข้อที่ 3 มี 4 ข้อย่อย ให้คะแนนข้อย่อยละ 3 คะแนน

ข้อที่ 4 มี 2 ข้อย่อย ให้คะแนนข้อย่อยละ 3 คะแนน

ตามรายละเอียด ดังนี้

คะแนน	รายละเอียด
3	หมายถึง คำตอบถูกต้อง แสดงเหตุผลถูกต้อง แนวคิดชัดเจน
2	หมายถึง คำตอบถูกต้อง แสดงเหตุผลถูกต้อง อาจมีข้อผิดพลาดเล็กน้อย
1	หมายถึง แสดงวิธีคิดเล็กน้อย เหตุผลหรือการคำนวณผิดพลาด
0	หมายถึง ไม่แสดงวิธีคิด ไม่ได้คำตอบ หรือตอบไม่ถูก

รวมคะแนนเต็ม 30 คะแนน



เฉลยและแนวการตอบกิจกรรม วิธีจัดหมู่

สถานการณ์ที่ 1

มีตัวอักษรที่แตกต่างกัน A B C D ต้องการเลือกมาจัดหมู่ หมู่ละ 2 ตัว

A B C D

AB AC AD BC BD

จัดหมู่ได้ทั้งหมด6.....วิธี

จากจำนวนวิธีจัดหมู่ ควรเขียนในรูปแฟกทอเรียลที่สัมพันธ์กับจำนวนสิ่งของทั้งหมด

และจำนวนสิ่งของที่นำมาจัดหมู่ ได้เป็น

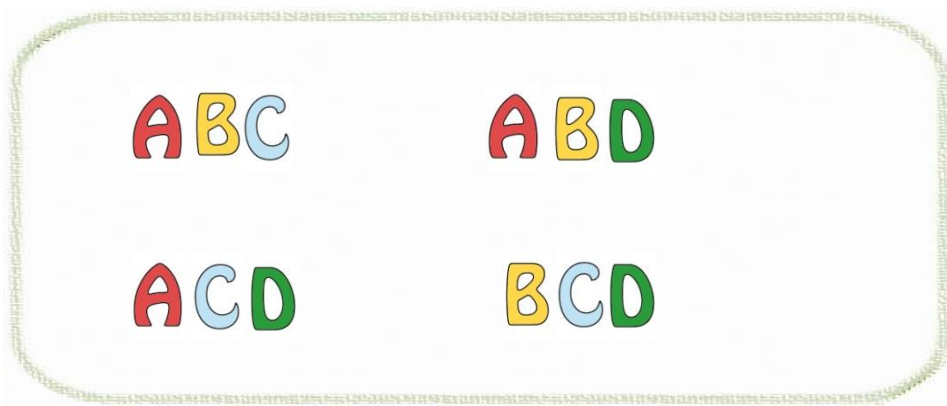
$$6 = \frac{24}{4} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 2 \times 1} = \frac{4!}{(4-2)!2!} \quad \text{วิธี}$$



สถานการณ์ที่ 2

มีตัวอักษรที่แตกต่างกัน A B C D ต้องการเลือกมาจัดหมู่ หมู่ละ 3 ตัว

A B C D



จัดหมู่ได้ทั้งหมด4.....วิธี

จากจำนวนวิธีจัดหมู่ ควรเขียนในรูปแฟกทอเรียลที่สัมพันธ์กับจำนวนสิ่งของทั้งหมด และจำนวนสิ่งของที่นำมาจัดหมู่ ได้เป็น

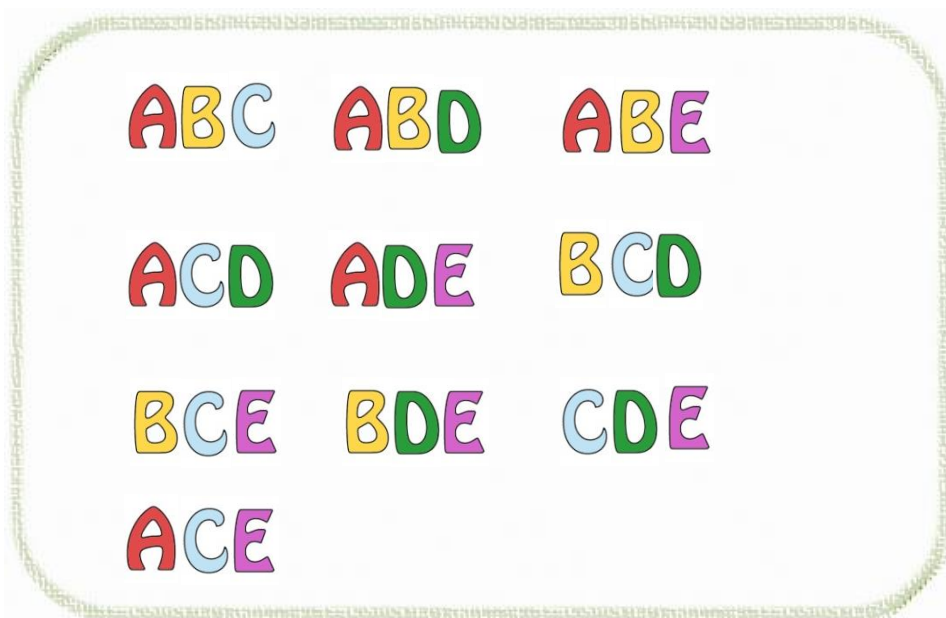
$$4 = \frac{24}{6} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 1} = \frac{4!}{3!1!} = \frac{4!}{(4-3)!3!} \quad \text{วิธี}$$



สถานการณ์ที่ 3

มีตัวอักษรที่แตกต่างกัน A B C D E ต้องการเลือกมาจัดหมู่ หมู่ละ 3 ตัว

A B C D E



จัดหมู่ได้ทั้งหมด10.....วิธี

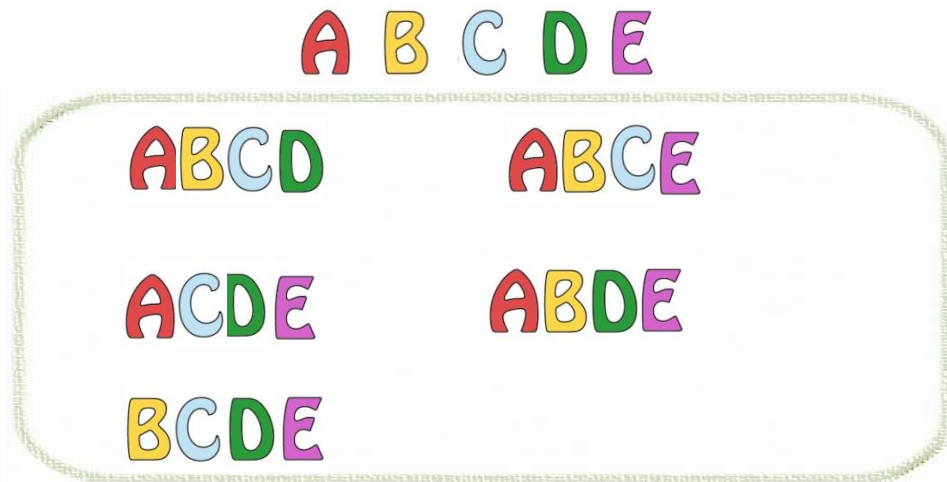
จากจำนวนวิธีจัดหมู่ ควรเขียนในรูปแฟกทอเรียลที่สัมพันธ์กับจำนวนสิ่งของทั้งหมด และจำนวนสิ่งของที่นำมาจัดหมู่ ได้เป็น

$$10 = \frac{120}{12} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5!}{(5-3)!3!} \quad \text{วิธี}$$



สถานการณ์ที่ 4

มีตัวอักษรที่แตกต่างกัน A B C D E ต้องการเลือกมาจัดหมู่ หมู่ละ 4 ตัว



จัดหมู่ได้ทั้งหมด5.....วิธี

จากจำนวนวิธีจัดหมู่ ควรเขียนในรูปแฟกทอเรียลที่สัมพันธ์กับจำนวนสิ่งของทั้งหมด และจำนวนสิ่งของที่นำมาจัดหมู่ ได้เป็น

$$5 = \frac{120}{24} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{5!}{1!4!} = \frac{5!}{(5-4)!4!} \text{ วิธี}$$



ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง ต้องการนำสิ่งของเหล่านั้นมาจัดหมู่คราวละ r สิ่ง โดยที่ $0 \leq r \leq n$ จะมีจำนวนวิธีจัดหมู่ได้แตกต่างกัน

เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี



เฉลยและแนวการตอบแบบฝึกที่ 5.1

1. บริษัทแห่งหนึ่งมีตำแหน่งงานว่างอยู่ 5 ตำแหน่ง มีคนมาสมัครเข้าทำงานทั้งหมด 9 คน ผู้จัดการจะมีโอกาสเลือกผู้สมัครเข้าทำงานทั้ง 5 ตำแหน่ง โดยไม่คำนึงว่าใครจะได้ตำแหน่งใดได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ จำนวนวิธีที่จะเลือกคนเข้าทำงาน 5 ตำแหน่ง จากผู้สมัครทั้งหมด 9 คน จะเลือกได้

$$\begin{aligned} \binom{9}{5} &= \frac{9!}{(9-5)!5!} \\ &= \frac{9!}{4!5!} \\ &= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5!} \\ &= 126 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะเลือกคนเข้าทำงาน 5 คน จากผู้สมัครทั้งหมด 9 คน จะเลือกได้ 126 วิธี

2. การแข่งขันฟุตบอลรอบแรก แบบพบกันหมด จากทีมฟุตบอลทั้งหมด 12 ทีม จะมีการแข่งขันทั้งหมดกี่ครั้ง

วิธีทำ จำนวนการแข่งขันฟุตบอลรอบแรก แบบพบกันหมด จากทีมฟุตบอลทั้งหมด 12 ทีมเท่ากับ

$$\begin{aligned} \binom{12}{2} &= \frac{12!}{(12-2)!2!} \\ &= \frac{12!}{10!2!} \\ &= \frac{12 \times 11 \times 10!}{10!2!} \\ &= 66 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนการแข่งขันฟุตบอลรอบแรก แบบพบกันหมดจากทีมฟุตบอล 12 ทีม เท่ากับ 66 ครั้ง

3. น้องพลอยต้องการเชิญเพื่อน 6 คน มารับประทานอาหารในงานเลี้ยงวันเกิด จะมีวิธีการเชิญได้ทั้งหมดกี่วิธี โดยที่จะเชิญกี่คนก็ได้ (ต้องเชิญอย่างน้อย 1 คน)

วิธีทำ จำนวนวิธีที่จะเชิญเพื่อนจำนวน 6 คน โดยจะเชิญกี่คนก็ได้ จะมีวิธีที่แตกต่างกันทั้งหมด 6. วิธี ดังนี้

$$\text{วิธีที่ 1 เชิญเพื่อนมา 1 คน เชิญได้ } \binom{6}{1} = \frac{6!}{(6-1)!1!} = \frac{6!}{5!1!} = 6 \text{ วิธี}$$

$$\text{วิธีที่ 1 เชิญเพื่อนมา 2 คน เชิญได้ } \binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{6!}{4!2!} = 15 \text{ วิธี}$$

$$\text{วิธีที่ 1 เชิญเพื่อนมา 3 คน เชิญได้ } \binom{6}{3} = \frac{6!}{(6-3)!3!} = \frac{6!}{3!3!} = 20 \text{ วิธี}$$

$$\text{วิธีที่ 1 เชิญเพื่อนมา 4 คน เชิญได้ } \binom{6}{4} = \frac{6!}{(6-4)!4!} = \frac{6!}{2!4!} = 15 \text{ วิธี}$$

$$\text{วิธีที่ 1 เชิญเพื่อนมา 5 คน เชิญได้ } \binom{6}{5} = \frac{6!}{(6-5)!5!} = \frac{6!}{1!5!} = 6 \text{ วิธี}$$

$$\text{วิธีที่ 1 เชิญเพื่อนมา 6 คน เชิญได้ } \binom{6}{6} = \frac{6!}{(6-6)!6!} = \frac{6!}{0!6!} = 1 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น น้องพลอยจะมีวิธีเชิญเพื่อเท่ากับ $6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 63$ วิธี

4. มีจุดบนระนาบ 25 จุด โดยไม่มี 3 จุดใด ๆ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
- 4.1 ถ้าจุด 2 จุด สร้างส่วนของเส้นตรงได้หนึ่งเส้น จะมีส่วนของเส้นตรงที่แตกต่างกันได้กี่เส้น
- 4.2 ถ้าจุดสามจุดสร้างรูปสามเหลี่ยมได้หนึ่งรูป จะมีรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดเหล่านี้เป็นจุดยอดได้แตกต่างกันกี่รูป

วิธีทำ 4.1 มีจุดบนระนาบ 25 จุด โดยไม่มี 3 จุดใด ๆ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
ต้องการสร้างส่วนของเส้นตรงซึ่งเกิดจากการลากเส้นเชื่อมจุด 2 จุด
จะได้ส่วนของเส้นตรง 1 เส้น

ดังนั้น จำนวนส่วนของเส้นตรงที่เกิดจากจุดบนระนาบ 25 จุด

$$\text{เท่ากับ } \binom{25}{2} = \frac{25!}{(25-2)!2!} = \frac{25!}{23!2!} = 300 \text{ เส้น}$$

- 4.2 มีจุดบนระนาบ 25 จุด โดยไม่มี 3 จุดใด ๆ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยม ซึ่งเกิดจากการลากเส้นเชื่อมจุด 3 จุด
จะได้รูปสามเหลี่ยม 1 รูป

ดังนั้น จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากจุดบนระนาบ 25 จุด

$$\text{เท่ากับ } \binom{25}{3} = \frac{25!}{(25-3)!3!} = \frac{25!}{22!3!} = 2,300 \text{ รูป}$$

5. ทองกวาวมีหมวกสีต่าง ๆ กันทั้งหมด 10 ใบ ในที่นี้มีหมวกสีแดงอยู่ด้วย ถ้าต้องการหยิบหมวกออกมาจำนวนหนึ่ง จะมีวิธีการหยิบกี่วิธี เมื่อต้องการให้

5.1 ได้หมวก 3 ใบ

5.2 ได้หมวกอย่างน้อย 7 ใบ และต้องเป็นหมวกสีแดงด้วยเสมอ

วิธีทำ 5.1 มีหมวกสีต่าง ๆ กันจำนวน 10 ใบ จำนวนวิธีในการหยิบหมวกได้จำนวน 3 ใบ

$$\begin{aligned} \text{เท่ากับ} \quad \binom{10}{3} &= \frac{10!}{(10-3)!3!} \\ &= \frac{10!}{7!3!} \\ &= 120 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

5.2 มีหมวกสีต่าง ๆ กัน 10 ใบ จำนวนวิธีในการหยิบหมวกได้อย่างน้อย 7 ใบ

และต้องมีหมวกสีแดงด้วยเสมอ พิจารณา ได้เป็น 4 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 หยิบได้หมวก 7 ใบ ได้สีแดง 1 ใบเสมอ มีจำนวนวิธีในการหยิบ

$$\binom{1}{1} \times \binom{9}{6} = \frac{1!}{(1-1)!1!} \times \frac{9!}{(9-6)!6!} = \frac{1!}{0!1!} \times \frac{9!}{3!6!} = 1 \times 84 = 84 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 2 หยิบได้หมวก 8 ใบ ได้สีแดง 1 ใบเสมอ มีจำนวนวิธีในการหยิบ

$$\binom{1}{1} \times \binom{9}{7} = \frac{1!}{(1-1)!1!} \times \frac{9!}{(9-7)!7!} = \frac{1!}{0!1!} \times \frac{9!}{2!7!} = 1 \times 36 = 36 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 3 หยิบได้หมวก 9 ใบ ได้สีแดง 1 ใบเสมอ มีจำนวนวิธีในการหยิบ

$$\binom{1}{1} \times \binom{9}{8} = \frac{1!}{(1-1)!1!} \times \frac{9!}{(9-8)!8!} = \frac{1!}{0!1!} \times \frac{9!}{1!8!} = 1 \times 9 = 9 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 4 หยิบได้หมวก 10 ใบ ได้สีแดง 1 ใบเสมอ มีจำนวนวิธีในการหยิบ

$$\binom{1}{1} \times \binom{9}{9} = \frac{1!}{(1-1)!1!} \times \frac{9!}{(9-9)!9!} = \frac{1!}{0!1!} \times \frac{9!}{0!9!} = 1 \times 1 = 1 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จากทั้ง 4 กรณีจะหยิบหมวกได้จำนวนวิธีทั้งหมด เท่ากับ

$$84 + 36 + 9 + 1 = 130 \text{ วิธี}$$

เฉลยและแนวการตอบแบบฝึกที่ 5.2

1. ต้องการคัดเลือกตัวแทนหมู่บ้านจำนวน 5 คน จาก 4 อาชีพ ประกอบด้วย ตำรวจ 3 คน ครู 4 คน แม่ค้า 5 คน และเกษตรกร 6 คน โดยที่ต้องเป็นเกษตรกร 2 คน ส่วนที่เหลืออาชีพละ 1 คน

วิธีทำ ต้องการคัดเลือกตัวแทนหมู่บ้านจำนวน 5 คน โดยต้องเป็นเกษตรกร 2 คน ส่วนที่เหลืออีก 3 อาชีพ อาชีพละ 1 คน จะมีขั้นตอนการพิจารณา ดังนี้
 ขั้นตอนที่ 1 เลือกเกษตรกรจำนวน 2 คน จาก 6 คน ได้เท่ากับ

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{6!}{4!2!} = 15 \text{ วิธี}$$

ขั้นตอนที่ 2 เลือกตำรวจจำนวน 1 คน จาก 3 คน ได้เท่ากับ

$$\binom{3}{1} = \frac{3!}{(3-1)!1!} = \frac{3!}{2!1!} = 3 \text{ วิธี}$$

ขั้นตอนที่ 3 เลือกครูจำนวน 1 คน จาก 4 คน ได้เท่ากับ

$$\binom{4}{1} = \frac{4!}{(4-1)!1!} = \frac{4!}{3!1!} = 4 \text{ วิธี}$$

ขั้นตอนที่ 4 เลือกแม่ค้าจำนวน 1 คน จาก 5 คน ได้เท่ากับ

$$\binom{5}{1} = \frac{5!}{(5-1)!1!} = \frac{5!}{4!1!} = 5 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดในการคัดเลือกตัวแทนหมู่บ้านเท่ากับ

$$15 \times 3 \times 4 \times 5 = 900$$

2. หยิบไพ่ 5 ใบ จากสำรับหนึ่งซึ่งมีไพ่ 52 ใบ ได้กี่วิธี เมื่อ

2.1 5 ใบ เป็นไพ่ชุดเดียวกัน

2.2 5 ใบ เป็นไพ่สีเดียวกัน

2.3 5 ใบ เป็นไพ่หน้าคน

วิธีทำ 2.1 ต้องการไพ่ทั้ง 5 ใบ เป็นไพ่ชุดเดียวกัน เนื่องจากไพ่ 1 สำรับ มี 4 ชุดที่ต่างกัน จึงพิจารณา 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 มีไพ่ที่ต่างกัน 4 ชุด เลือกมา 1 ชุด เลือกได้ $\binom{4}{1}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ไพ่ 1 ชุดมีไพ่ต่างกัน 13 ใบ เลือกมา 5 ใบ เลือกได้ $\binom{13}{5}$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในการเลือกไพ่ 5 ใบที่เป็นไพ่ชุดเดียวกันมีจำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{4}{1} \times \binom{13}{5} = 4 \times 1,287 = 5,148 \text{ วิธี}$$

2.2 ต้องการไพ่ทั้ง 5 ใบ เป็นไพ่สีเดียวกัน เนื่องจากไพ่ 1 สำรับ มี 2 สีที่ต่างกัน จึงพิจารณา 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 มีไพ่ที่ต่างกัน 2 สี เลือกมา 1 สี เลือกได้ $\binom{2}{1}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ไพ่ 1 สีมีไพ่ต่างกัน 26 ใบ เลือกมา 5 ใบ เลือกได้ $\binom{26}{5}$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในการเลือกไพ่ 5 ใบที่เป็นไพ่สีเดียวกันมีจำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{2}{1} \times \binom{26}{5} = 2 \times 65,780 = 131,560 \text{ วิธี}$$

2.3 ต้องการไพ่ทั้ง 5 ใบเป็นไพ่หน้าคน เนื่องจากไพ่ 1 สำรับมีไพ่หน้าคนจำนวน 12 ใบ ที่ต่างกัน

ดังนั้นเลือกมา 5 ใบ ได้จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ $\binom{12}{5} = 792$ วิธี

3. ห้องเรียนชั้น ม.5 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีทั้งหมด 5 ห้องเรียนแต่ละห้องส่งตัวแทนมาห้องละ 2 คน เป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน ถ้าต้องการคัดเลือกกรรมการ 4 คน จากผู้แทนทั้ง 10 คน จะมีวิธีเลือกกรรมการทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ
- 3.1 ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
 - 3.2 ได้กรรมการชาย 2 คน และกรรมการหญิง 2 คน
 - 3.3 ได้กรรมการที่มาจากห้องที่ต่างกัน
 - 3.4 ได้กรรมการชายหญิง 1 คู่ ที่มาจากห้องเดียวกัน

วิธีทำ 3.1 ต้องการเลือกกรรมการ 4 คน จากผู้แทนนักเรียนทั้งหมด 10 คน เลือกได้ $\binom{10}{4} = 210$ วิธี

3.2 ต้องการเลือกกรรมการ 4 คน โดยที่ได้กรรมการชาย 2 คน และกรรมการหญิง 2 คน พิจารณาเลือกเป็น 2 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกนักเรียนชาย 2 คน จาก 5 คน เลือกได้ $\binom{5}{2}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกนักเรียนหญิง 2 คน จาก 5 คน เลือกได้ $\binom{5}{2}$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะได้กรรมการชาย 2 คน และกรรมการหญิง 2 คน เท่ากับ

$$\binom{5}{2} \times \binom{5}{2} = 10 \times 10 = 100 \text{ วิธี}$$

3.3 ต้องการเลือกกรรมการ 4 คน โดยที่ได้กรรมการที่มาจากห้องที่ต่างกัน พิจารณาเลือกเป็น 2 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกห้องเรียน 4 ห้อง จาก 5 ห้อง เลือกได้ $\binom{5}{4}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกมาห้องละ 1 คน เลือกได้ $\binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1}$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะได้กรรมการที่มาจากห้องที่ต่างกัน เท่ากับ

$$\binom{5}{4} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 80 \text{ วิธี}$$

3.4 ต้องการเลือกกรรมการ 4 คน โดยที่ได้กรรมการชายหญิง 1 คู่ ที่มาจากห้องเดียวกันพิจารณา 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกห้องเรียนมา 1 ห้องจาก 5 ห้อง เลือกได้ $\binom{5}{1}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือก 2 คนในห้องนั้น จากนักเรียน 2 คน เลือกได้ $\binom{2}{2}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกห้องเรียนมา 2 ห้องจาก 4 ห้องที่เหลือ เลือกได้ $\binom{4}{2}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 4 เลือกนักเรียนมาห้องละ 1 คน เลือกได้ $\binom{2}{1} \times \binom{2}{1}$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะได้กรรมการชายหญิง 1 คู่ ที่มาจากห้องเดียวกันเท่ากับ

$$\binom{5}{1} \times \binom{2}{2} \times \binom{4}{2} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 5 \times 1 \times 6 \times 2 \times 2 = 120 \text{ วิธี}$$

4. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลอยู่ 12 ลูก โดยมีสีแดงที่มีขนาดต่างกัน 5 ลูก สีขาวที่มีขนาดต่างกัน 4 ลูก และสีน้ำเงินที่มีขนาดต่างกัน 3 ลูก ถ้าหยิบลูกบอล 3 ลูก จากกล่องใบนี้ จงหาจำนวนวิธี

4.1 หยิบได้ลูกบอลสีขาว 1 ลูก

4.2 หยิบได้ลูกบอลสีขาวอย่างน้อย 1 ลูก

วิธีทำ 4.1 จำนวนวิธีในการหยิบลูกบอลที่แตกต่างกันทั้งหมด 12 ลูก โดยที่ต้องการหยิบได้สีขาว 1 ลูก จาก 4 ลูก ดังนั้นจะพิจารณาขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 หยิบได้ลูกบอลสีขาว 1 ลูก จากจำนวน 4 ลูก ได้

$$\binom{4}{1} = \frac{4!}{(4-1)!1!} = \frac{4!}{3!1!} = 4 \text{ วิธี}$$

ขั้นตอนที่ 2 หยิบลูกบอลสีอื่น ๆ อีก 2 ลูก จาก 8 ลูก ได้

$$\binom{8}{2} = \frac{8!}{(8-2)!2!} = \frac{8!}{6!2!} = 28 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีในการหยิบได้ลูกบอลสีขาว 1 ลูก เท่ากับ $4 \times 28 = 112$ วิธี

4.2 จำนวนวิธีในการหยิบลูกบอลที่แตกต่างกันทั้งหมด 12 ลูก โดยที่ต้องการหยิบได้สีขาวอย่างน้อย 1 ลูก จาก 4 ลูก ดังนั้นจะพิจารณากรณีที่แตกต่างกันได้ดังนี้

กรณีที่ 1 หยิบสีขาวได้ 1 ลูก อีก 2 ลูก เป็นสีอื่น จะหยิบได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{4}{1} \times \binom{8}{2} = \frac{4!}{(4-1)!1!} \times \frac{8!}{(8-2)!2!} = \frac{4!}{3!1!} \times \frac{8!}{6!2!} = 112 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 2 หยิบสีขาวได้ 2 ลูก อีก 1 ลูก เป็นสีอื่น จะหยิบได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{4}{2} \times \binom{8}{1} = \frac{4!}{(4-2)!2!} \times \frac{8!}{(8-1)!1!} = \frac{4!}{2!2!} \times \frac{8!}{7!1!} = 48 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 3 หยิบสีขาวได้ทั้ง 3 ลูก จะหยิบได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{(4-3)!3!} = \frac{4!}{1!3!} = 4 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะหยิบได้ลูกบอลสีขาวอย่างน้อย 1 ลูก มีทั้งหมดเท่ากับ $112 + 48 + 4 = 164$ วิธี

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

เรื่อง วิธีจัดหมู่

ข้อที่	ก	ข	ค	ง	จ
1					✗
2					✗
3				✗	
4			✗		
5			✗		
6				✗	
7	✗				
8		✗			
9		✗			
10	✗				

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

เรื่อง วิธีจัดหมู่

ข้อที่	ก	ข	ค	ง	จ
1					✗
2			✗		
3					✗
4			✗		
5				✗	
6		✗			
7				✗	
8		✗			
9	✗				
10	✗				

