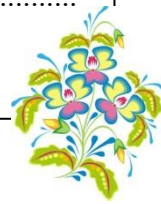
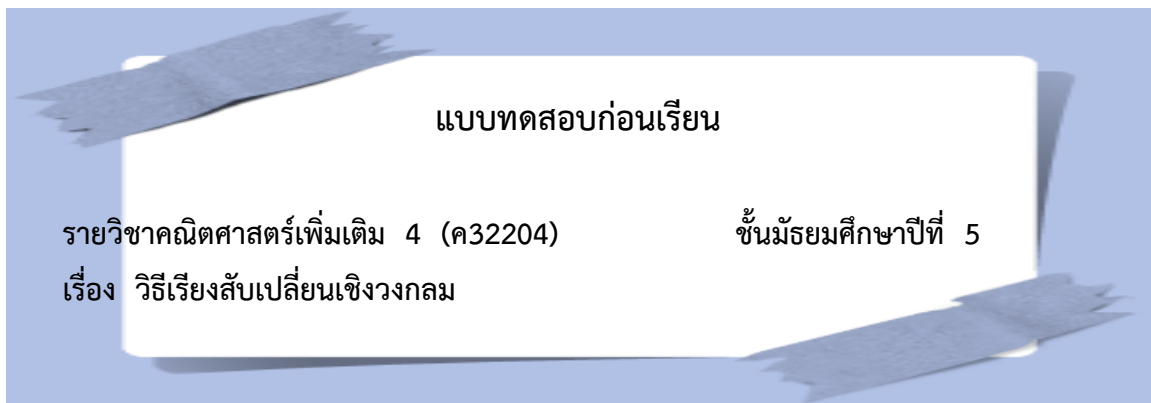




ชื่อ-สกุล .....

ชั้น ..... เลขที่ .....





**คำชี้แจง** แบบทดสอบชุดนี้มีทั้งหมด 10 ข้อ ใช้เวลา 15 นาที

**คำสั่ง** ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✕ ลงในช่องตัวเลือกในกระดาษคำตอบที่เห็นว่าถูกต้องที่สุด เพียงคำตอบเดียว

- ต้องการนำกระถางต้นไม้ 5 กระถางมาวางเรียงเป็นวงกลมรอบเสาธง จะจัดเรียงได้กี่วิธี
 

ก. 5 วิธี	ข. 12 วิธี
ค. 18 วิธี	ง. 24 วิธี
จ. 30 วิธี	
- จำนวนวิธีที่จะนำธงชาติของประเทศในอาเซียนทั้ง 10 ประเทศ มาเรียงรอบเสาธงเท่ากับข้อใด
 

ก. $9!$ วิธี	ข. $10!$ วิธี
ค. 9 วิธี	ง. 10 วิธี
จ. 90 วิธี	
- ในการจัดคน 8 คน นั่งรอบโต๊ะกลมเพื่อรับประทานอาหาร โดยใน 8 คนนี้ มีที่นั่งอยู่ 2 คู่ ต้องการให้ที่นั่ง 2 คู่ที่นั่งติดกันเสมอจะจัดได้กี่วิธี
 

ก. $5!$ วิธี	ข. $5!2!$ วิธี
ค. $5!2!2!$ วิธี	ง. $6!5!$ วิธี
จ. $6!2!2!$ วิธี	





กระดานคำตอบ แบบทดสอบก่อนเรียน  
เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

ข้อที่	ก	ข	ค	ง	จ
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					



## วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม (Circular permutations)

วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม (Circular permutations) เป็นวิธีเรียงสับเปลี่ยนที่คำนึงถึงตำแหน่งในการวางสิ่งของเช่นเดียวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น แต่วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมจะไม่มีตำแหน่งหัวแถวหรือท้ายแถว หรือกล่าวได้ว่าหากเลือกตำแหน่งใดเป็นหัวแถวแล้วตำแหน่งนั้นถือว่าเป็นท้ายแถวด้วย

สำหรับเอกสารประกอบการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่มที่ 4 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม เล่มนี้จะกล่าวถึงวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยจะแบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

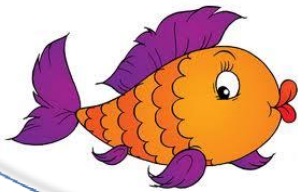
- ตอนที่ 1 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด
- ตอนที่ 2 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้



ตอนที่ 1  
วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม  
ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด



นักเรียนคิดว่า การเข้าแถวแบบวงกลม กับการเข้าแถวในแนวตรง มีจำนวนวิธีในการยืนที่มีลักษณะเหมือน หรือแตกต่างกันอย่างไร



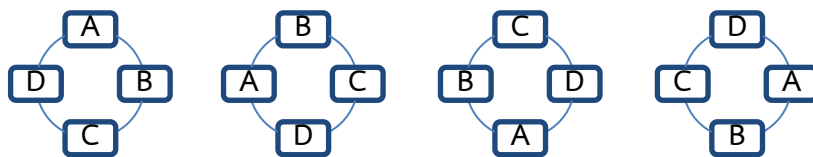
เรามาศึกษาวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด กันได้เลยนะคะ



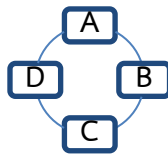
ตอนที่ 1

วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

พิจารณาการจัดวางตัวอักษร A, B, C และ D แบบวงกลม ดังนี้



จะเห็นได้ว่า ด้านขวาของ A คือ B และด้านซ้ายของ A คือ D ในทุกวิธีข้างต้น เราจะกำหนดว่าการจัดวางในลักษณะดังกล่าวนี้เป็นแบบเดียวกัน กล่าวคือ นับเป็น 1 วิธี ซึ่งอาจเลือกรูปแบบที่เป็นตัวแทนของวิธีเรียงสับเปลี่ยนนี้ ได้ 1 วิธี เช่น



เราอาจกำหนดว่าในการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม จะกำหนดให้สิ่งของสิ่งใดสิ่งหนึ่งเป็นตำแหน่งที่ 1 และอยู่กับที่ ดังเช่นตัวอย่างข้างต้น กำหนดให้ A เป็นตำแหน่งที่ 1 และอยู่กับที่ จากนั้นนำสิ่งของที่เหลือมาวางเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลม โดยพิจารณาตำแหน่งที่สำคัญ

มาศึกษาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด นำมาจัดเรียงพร้อมกันทั้งหมด จากกิจกรรมที่ 4.1 ต่อไปนี้



กิจกรรมที่ 4.1

วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

จุดประสงค์การเรียนรู้ : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาในเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดได้

- คำสั่ง
1. จงแสดงวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของในแต่ละสถานการณ์ต่อไปนี้ เพื่อหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมที่แตกต่างกันทั้งหมด
  2. จงหาความสัมพันธ์ในรูปแพกทอเรียลของจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน กับจำนวนสิ่งของที่นำมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

สถานการณ์ที่ 1

กำหนดลูกบอล 3 สี คือ สีเขียว สีม่วง และสีส้ม  
 (วาดรูปแสดงพร้อมระบายสี)



จัดเรียงได้ทั้งหมด ..... วิธี

พิจารณาโดยใช้หลักการคูณ

- |              |                               |       |      |
|--------------|-------------------------------|-------|------|
| ตำแหน่งที่ 1 | นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ | 1     | วิธี |
| ตำแหน่งที่ 2 | นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ | ..... | วิธี |
| ตำแหน่งที่ 3 | นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ | ..... | วิธี |

จากจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน เขียนในรูปแพกทอเรียลได้เป็น  
 ..... วิธี



สถานการณ์ที่ 2

กำหนดตัวอักษร 4 ตัว คือ A, B, C และ D



จัดเรียงได้ทั้งหมด ..... วิธี

พิจารณาโดยใช้หลักการคูณ

- ตำแหน่งที่ 1 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ 1 วิธี
- ตำแหน่งที่ 2 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ ..... วิธี
- ตำแหน่งที่ 3 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ ..... วิธี
- ตำแหน่งที่ 4 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ ..... วิธี

จากจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน เขียนในรูปแฟกทอเรียลได้เป็น

..... วิธี



สถานการณ์ที่ 3

กำหนดตัวเลข 5 ตัว คือ 1, 2, 3, 4 และ 5



จัดเรียงได้ทั้งหมด ..... วิธี

พิจารณาโดยใช้หลักการคูณ

- ตำแหน่งที่ 1 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ 1 วิธี
- ตำแหน่งที่ 2 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ ..... วิธี
- ตำแหน่งที่ 3 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ ..... วิธี
- ตำแหน่งที่ 4 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ ..... วิธี
- ตำแหน่งที่ 5 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ ..... วิธี

จากจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน เขียนในรูปแฟกทอเรียลได้เป็น

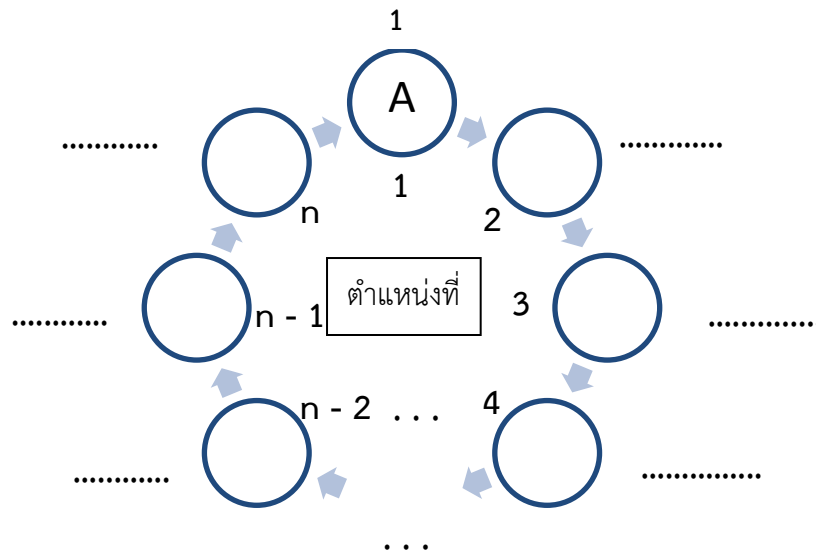
..... วิธี



สถานการณ์ที่ 4

ต้องการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน  $n$  สิ่ง เป็นวงกลมโดยคำนึงถึงตำแหน่งที่  
 จงเติมจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมลงในช่องว่าง เพื่อแสดงจำนวนวิธีที่แตกต่างกัน  
 กำหนดให้  $A$  เป็นสิ่งของที่อยู่กับที่ จึงมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนได้ 1 วิธี ดังนั้น จะเหลือ  
 สิ่งของ  $n - 1$  สิ่ง กับ  $n - 1$  ตำแหน่ง จะมีจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนกี่วิธี

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน

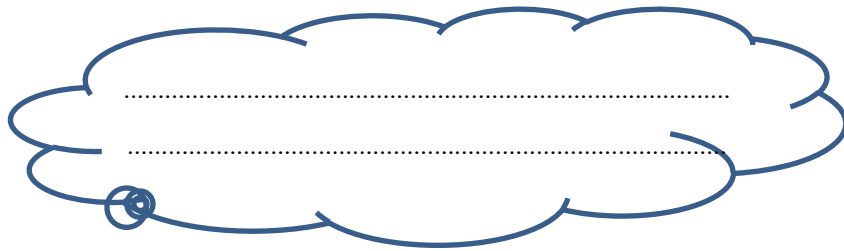
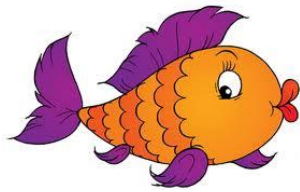


ดังนั้น จำนวนวิธีในการเรียงสับเปลี่ยน เท่ากับ

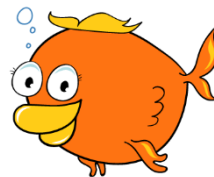
ตำแหน่ง 1	เรียงสับเปลี่ยนได้ .....	วิธี
ตำแหน่ง 2	เรียงสับเปลี่ยนได้ .....	วิธี
ตำแหน่ง 3	เรียงสับเปลี่ยนได้ .....	วิธี
ตำแหน่ง 4	เรียงสับเปลี่ยนได้ .....	วิธี
⋮		
ตำแหน่ง $n$	เรียงสับเปลี่ยนได้ .....	วิธี

โดยหลักการคูณจะได้จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเท่ากับ .....

จากกิจกรรมที่ 4.1 นักเรียนคิดว่า ความสัมพันธ์ในรูปแฟกทอเรียล  
ของจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม กับจำนวนสิ่งของควรเป็นอย่างไรคะ



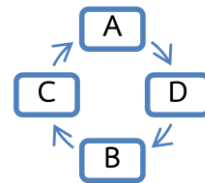
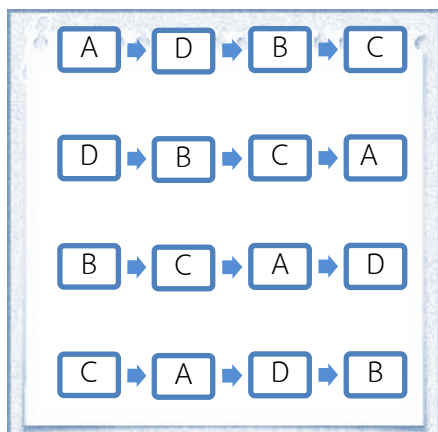
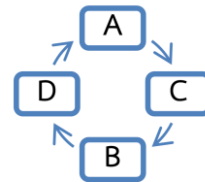
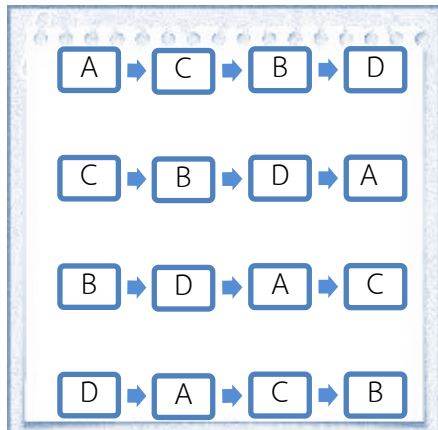
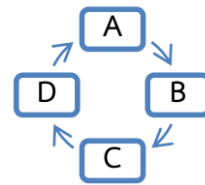
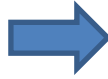
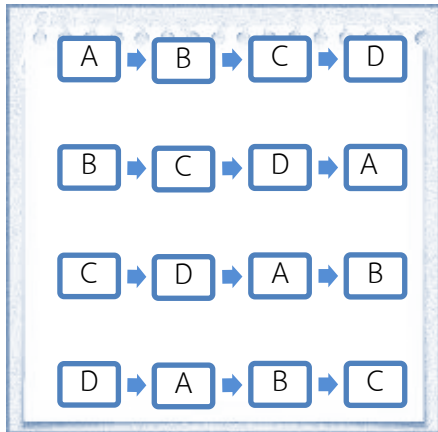
เรามาศึกษาข้อสรุปของความสัมพันธ์ของจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน  
เชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด กันเลยคะ

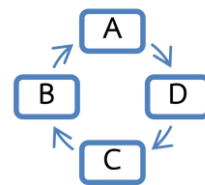
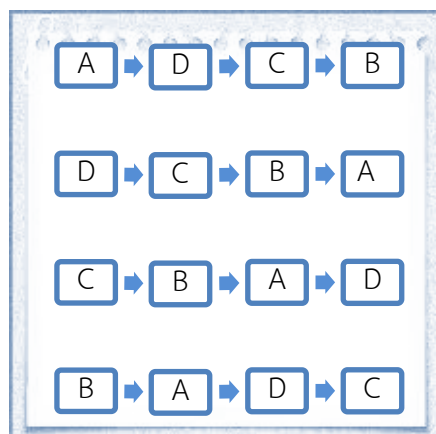
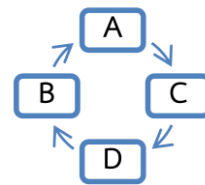
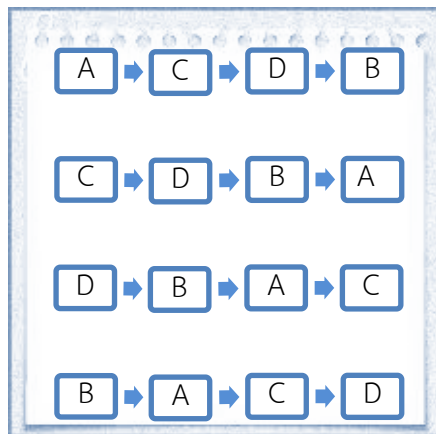
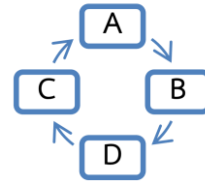
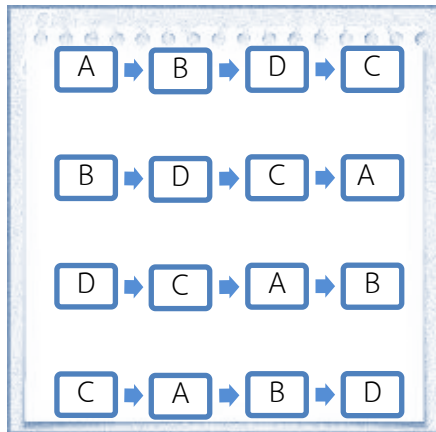




จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  สิ่ง

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น กับวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม ถ้าต้องการนำสิ่งของที่แตกต่างกัน จำนวน 4 ตำแหน่ง ไปวางเรียงทั้งแบบเชิงเส้นและแบบเชิงวงกลมได้ ดังนี้





จะพบว่า จากจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกัน 4 สิ่ง แต่เนื่องจากใน 4 วิธีของการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น จะนำมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมได้ 1 วิธี

$$\text{นั่นคือ } \frac{P_{4,4}}{4} = \frac{4!}{(4-4)! \times 4} = \frac{4!}{0! \times 4} = 3 \times 2 \times 1 = 6 = 3! \text{ วิธี}$$

จากจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด มีจำนวนวิธีทั้งหมด  $P_{n,n} = n!$  วิธี และในจำนวนสิ่งของ  $n$  สิ่ง ที่นำมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นนี้ จะมี  $n$  วิธีที่ต่างก็นำมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมได้ 1 วิธี

นั่นคือ

$$\begin{aligned} \frac{P_{n,n}}{n} &= \frac{n!}{(n-n)! \times n} \\ &= \frac{n!}{n!} \\ &= \frac{0! \times n}{n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1} \\ &= \frac{n}{n} \\ &= (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 \\ &= (n-1)! \end{aligned}$$

ดังนั้น วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกัน  $n$  สิ่ง เป็นวงกลม อาจอธิบายได้ว่า เมื่อกำหนดให้สิ่งของสิ่งหนึ่งเสมือนอยู่กับที่ ณ ตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่ง จึงเหลือสิ่งของที่จะเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ  $n-1$  สิ่ง จัดสิ่งของที่เหลืออยู่จำนวน  $n-1$  สิ่ง จัดเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมได้เท่ากับ  $(n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = (n-1)!$  วิธี

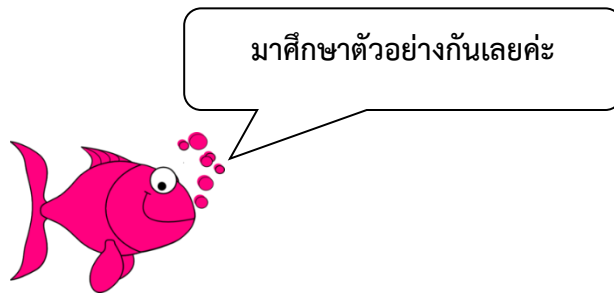
จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน  $n$  สิ่ง เท่ากับ  $(n-1)!$  วิธี



หรือพิจารณาโดยใช้หลักการคูณ โดยพิจารณาว่าในตำแหน่งที่ 1 อยู่กับที่ นั่นคือจะมีสิ่งของมาวางเรียงสับเปลี่ยนได้ 1 วิธี นั่นคือ

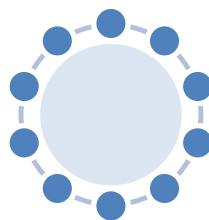
ตำแหน่งที่ 1	นำสิ่งของมาวางเรียงสับเปลี่ยนได้	1 วิธี
ตำแหน่งที่ 2	มีสิ่งของ $n - 1$ สิ่ง นำสิ่งของมาวางเรียงสับเปลี่ยนได้	$n - 1$ วิธี
ตำแหน่งที่ 3	มีสิ่งของ $n - 2$ สิ่ง นำสิ่งของมาวางเรียงสับเปลี่ยนได้	$n - 2$ วิธี
ตำแหน่งที่ 4	มีสิ่งของ $n - 3$ สิ่ง นำสิ่งของมาวางเรียงสับเปลี่ยนได้	$n - 3$ วิธี

ตำแหน่งที่  $n$  มีสิ่งของ  $n - (n - 1) = 1$  สิ่ง นำสิ่งของมาวางเรียงสับเปลี่ยนได้ 1 วิธี โดยหลักการคูณจะได้ว่า จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมที่แตกต่างกันทั้งหมด เท่ากับ  $1 \times (n - 1) \times (n - 2) \times (n - 3) \times \dots \times 1 = (n - 1)!$  วิธี



**ตัวอย่างที่ 4.1**

ในการจัดประชุมรอบโต๊ะกลม ซึ่งมีคณะกรรมการทั้งหมด 10 คน จะมีวิธีการจัดคนทั้ง 10 คน นั่งบนเก้าอี้รอบโต๊ะกลมทั้ง 10 ตัว ได้ทั้งหมดกี่วิธี

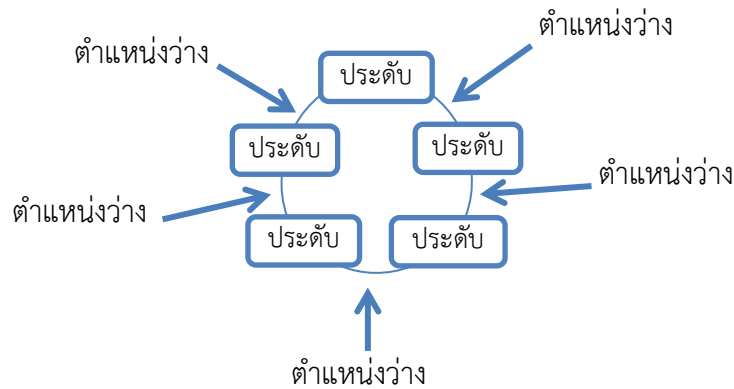


**วิธีทำ** ต้องการจัดคน 10 คน นั่งเก้าอี้รอบโต๊ะกลม จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมได้ทั้งหมดเท่ากับ  $(10 - 1)! = 9! = 362,880$  วิธี

**ตัวอย่างที่ 4.2**

มีกระถางไม้ดอกที่แตกต่างกัน 4 กระถาง และกระถางไม้ประดับที่แตกต่างกัน 5 กระถาง ต้องการจัดเรียงกระถางทั้งหมดนี้เป็นวงกลม จะจัดได้กี่วิธี โดยที่จะต้องไม่มีกระถางไม้ดอก 2 กระถางได้อยู่ติดกัน

**วิธีทำ** เนื่องจากต้องการจัดเรียงให้กระถางไม้ดอกแยกกัน ดังนั้นจึงจัดกระถางไม้ประดับก่อน แล้วจึงจัดเรียงกระถางไม้ดอกแทรกลงไป



ขั้นตอนที่ 1 จำนวนวิธีจัดเรียงกระถางไม้ประดับ เท่ากับ  $(5 - 1)! = 4!$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 จำนวนวิธีจัดเรียงกระถางไม้ดอกที่ตำแหน่งว่าง 5 ตำแหน่ง มีกระถาง 4 กระถาง

$$\text{เท่ากับ } P_{5,4} = \frac{5!}{(5 - 4)!} = \frac{5!}{1!} = 5! \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีในการจัดเรียงกระถางไม้ดอก ไม้ประดับทั้งหมด เท่ากับ  $4!5! = 2,880$  วิธี

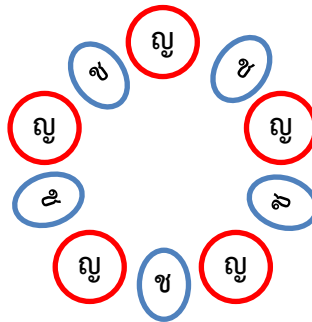


## ตัวอย่างที่ 4.3

ในการจัดนักเรียนชายจำนวน 5 คน และนักเรียนหญิงจำนวน 5 คน ซึ่งในนี้มีนายวีและนางสาววารวมอยู่ด้วย จงหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนให้นั่งรอบโต๊ะกลม เมื่อ

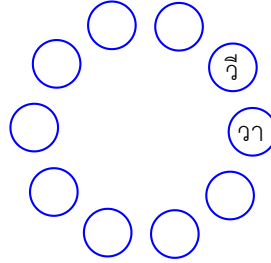
- 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 2) นักเรียนชายและนักเรียนหญิงนั่งสลับกัน
- 3) นายวีและนางสาววานั่งติดกัน
- 4) นายวีและนางสาววานั่งแยกกันเสมอ

- วิธีทำ 1) ต้องการจัดนักเรียน 10 คน นั่งเป็นวงกลม โดยไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม จัดได้ทั้งหมดเท่ากับ  $(10 - 1)! = 9!$  วิธี
- 2) ต้องการจัดนักเรียน 10 คน นั่งเป็นวงกลม โดยมีนักเรียนชาย 5 คน และนักเรียนหญิง 5 คน นั่งสลับกัน จะต้องพิจารณา ดังนี้



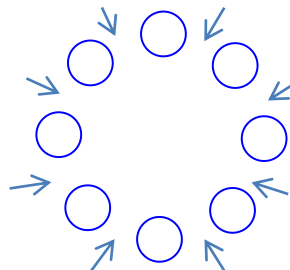
- ขั้นตอนที่ 1 เลือกนักเรียนชายหรือหญิงก็ได้ มาจัดเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมก่อน  
ถ้าในที่นี้เลือกนักเรียนชาย จะจัดได้  $(5 - 1)! = 4! = 24$  วิธี
- ขั้นตอนที่ 2 นำนักเรียนหญิง 5 คน มาจัดเรียงในตำแหน่งที่เหลือ จัดได้  
เท่ากับ  $5! = 120$  วิธี
- ดังนั้น จำนวนวิธีจัดนักเรียนชาย 5 คน นักเรียนหญิง 5 คนสลับที่กันจัดได้  
 $24 \times 120 = 2,880$  วิธี

- 3) ต้องการจัดนักเรียน 10 คน นั่งเป็นวงกลม โดยมีนักเรียนชาย 5 คน และนักเรียนหญิง 5 คน และนายวีและนางสาววานั่งติดกัน จะต้องพิจารณา ดังนี้



- ขั้นตอนที่ 1 นายวีและนางสาววานั่งติดกันจึงคิดว่าเป็นคนเดียวกัน  
 ดังนั้นเสมือนว่ามีคน 9 คน จึงจัดเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมได้  
 $(9 - 1)! = 8!$  วิธี
- ขั้นตอนที่ 2 นายวีและนางสาววา สลับที่กันได้ เท่ากับ 2 วิธี  
 ดังนั้น จำนวนวิธีจัดนักเรียน 10 คน นั่งเป็นวงกลม โดยที่นายวีและ  
 นางสาววานั่งติดกันเท่ากับ  $8! \times 2 = 80,640$  วิธี

- 4) ต้องการจัดนักเรียน 10 คน นั่งเป็นวงกลม โดยมีนักเรียนชาย 5 คน และนักเรียนหญิง 5 คน และนายวีและนางสาววานั่งแยกกันเสมอ จะต้องพิจารณา ดังนี้



- ขั้นตอนที่ 1 จัดคน 8 คน ยกเว้นนายวีและนางสาววา มานั่งเป็นวงกลมก่อน  
 จึงจัดเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมได้  $(8 - 1)! = 7!$  วิธี
- ขั้นตอนที่ 2 นายวีและนางสาววานั่งในตำแหน่งว่าง 8 ตำแหน่ง จึงจัดได้  
 เท่ากับ  $P_{8,2} = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8!}{6!}$  วิธี
- ดังนั้น จำนวนวิธีจัดนักเรียน 10 คน นั่งเป็นวงกลมนายวีและนางสาววา  
 นั่งแยกกัน เท่ากับ  $7! \times \frac{8!}{6!} = 282,240$  วิธี

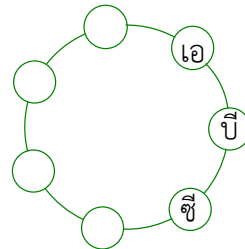
**ตัวอย่างที่ 4.4**

มีคน 7 คน ในจำนวนนี้มี เอ บี และซี รวมอยู่ด้วย ถ้าให้คนทั้งหมดนั่งรอบโต๊ะกลมตัวหนึ่ง ซึ่งมี 7 ตัวพอดี จะมีวิธีการนั่งกี่วิธี เมื่อ

- 1) เอ บี และซี นั่งติดกันเสมอ
- 2) เอ บี และซี นั่งแยกกันเสมอ
- 3) เอนั่งติดกับบี แต่ไม่นั่งติดกับ ซี

**วิธีทำ**

- 1) ต้องการจัดคน 7 คน นั่งรอบโต๊ะกลม โดยที่กำหนดให้เอ บี และซี นั่งติดกันเสมอ ดังนั้นคิด เอ บี และซี เป็น 1 คน จึงเสมือนมีคน 5 คน



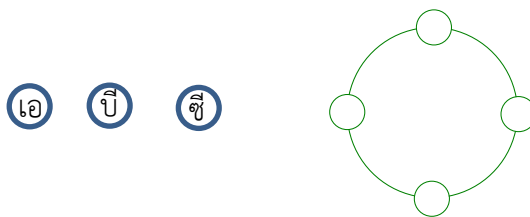
พิจารณา 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 จัดคน 5 คน นั่งรอบโต๊ะกลมได้  $(5 - 1)! = 4!$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เอ บี และ ซี นั่งเรียงสับเปลี่ยนกันได้  $3!$  วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในการจัดที่นั่งได้ทั้งหมดเท่ากับ  $4!3! = 144$  วิธี

- 2) ต้องการจัดคน 7 คน นั่งรอบโต๊ะกลม โดยที่กำหนดให้เอ บี และซี นั่งแยกกันเสมอ จึงนำคนทั้ง 3 คน ออกมาก่อน จึงจัดคนที่เหลือ 4 คน เรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลม



พิจารณาขั้นตอน ดังนี้

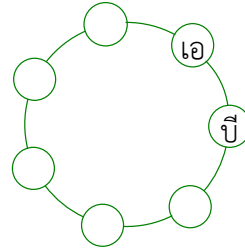
ขั้นตอนที่ 1 จัดคน 4 คน นั่งรอบโต๊ะกลมได้  $(4 - 1)! = 3!$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 นำ เอ บี และซี นั่งในช่องว่างซึ่งมี 4 ช่อง ช่องละ 1 คน

$$\text{ได้ } \frac{4!}{(4 - 3)!} = \frac{4!}{1!} = 4! \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีในการจัดที่นั่งทั้งหมดเท่ากับ  $3!4! = 144$  วิธี

- 3) ต้องการจัดคน 7 คน นั่งรอบโต๊ะกลม โดยที่กำหนดให้เอนั่งติดกับบี แต่ไม่ติดกับซี



พิจารณาขั้นตอน ดังนี้

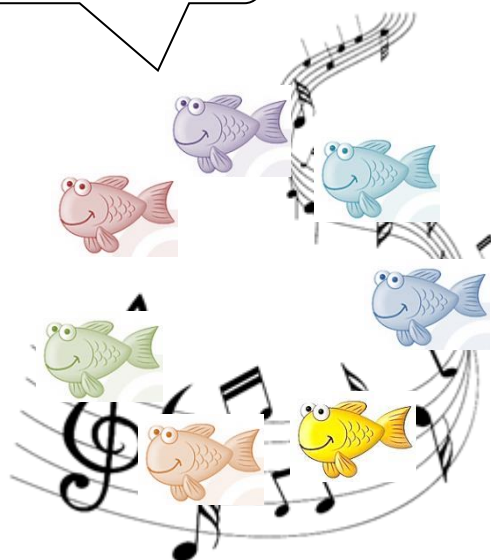
ขั้นตอนที่ 1 จัดเอและบีนั่งติดกันก่อน ได้ 2! วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ซี ต้องไม่นั่งติดกับเอ ดังนั้น ซีนั่งได้ 4 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 จัดคนที่เหลือ 4 คนนั่งตำแหน่งที่เหลือ 4 ตำแหน่ง  
จัดได้ 4! วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในการจัดที่นั่งทั้งหมดเท่ากับ  $2! \times 4 \times 4! = 192$  วิธี

ได้เวลาทำแบบฝึกแล้วจ้า



## แบบฝึกที่ 4.1

**จุดประสงค์การเรียนรู้ :** นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาในเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำประกอบการหาคำตอบ ทุกข้อ

1. ต้องการต่อสรุลาฮูป ซึ่งเป็นชิ้นส่วนที่ประกอบกันเป็นวงกลมได้ 1 วง มีชิ้นส่วนทั้งหมด 12 ชิ้นแต่ละชิ้นมีสีต่างกัน จะมีวิธีการต่อสรุลาฮูปได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

**วิธีทำ**



.....  
 .....  
 .....

2. ในการจัดประชุมตัวแทนนักเรียนจากระดับชั้น ม.4 ม.5 และ ม.6 ระดับชั้นละ 3 คน จำนวนวิธีที่จะจัดให้ผู้เข้าร่วมประชุมทุกคนนั่งรอบโต๊ะกลม โดยที่ตัวแทนนักเรียนในระดับชั้นเดียวกันจะต้องนั่งติดกันเท่ากับเท่าใด

**วิธีทำ**

การจัดผู้เข้าร่วมประชุมทั้งหมดนั่งรอบโต๊ะกลมมีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ตัวแทนนักเรียนระดับชั้น ม.4 จำนวน 3 คน จัดให้นั่งติดกัน  
 ได้เท่ากับ ..... วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ตัวแทนนักเรียนระดับชั้น ม.5 จำนวน 3 คน จัดให้นั่งติดกัน  
 ได้เท่ากับ ..... วิธี

ขั้นตอนที่ 3 ตัวแทนนักเรียนระดับชั้น ม.6 จำนวน 3 คน จัดให้นั่งติดกัน  
 ได้เท่ากับ ..... วิธี

ขั้นตอนที่ 4 นำตัวแทนนักเรียนทั้ง 3 ระดับชั้นที่จัดให้นั่งติดกันแล้ว  
 มาจัดเรียงรอบโต๊ะกลม จัดให้นั่งได้  
 เท่ากับ ..... วิธี

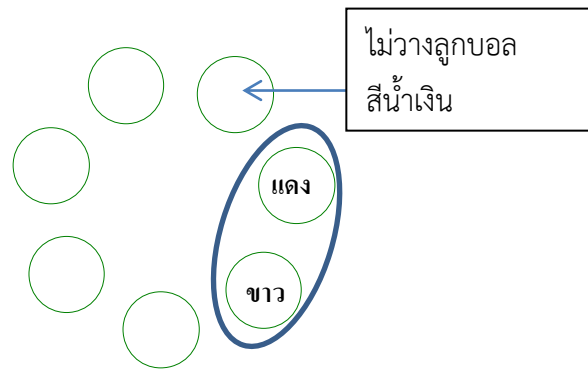
ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะจัดที่นั่งประชุมรอบโต๊ะกลมเท่ากับ ..... วิธี

3. มีลูกบอล 7 สี ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยมีสีแดง สีขาว สีน้ำเงิน และสีอื่น ๆ รวมอยู่ด้วย จำนวนวิธีที่จะวางเรียงลูกบอลทั้งหมดเป็นวงกลม โดยต้องการให้ลูกบอลสีแดงและสีขาว เรียงติดกัน แต่ลูกบอลสีแดงจะต้องไม่อยู่ติดกับลูกบอลสีน้ำเงินเท่ากับเท่าใด

**วิธีทำ** จำนวนวิธีที่จะวางเรียงลูกบอลทั้ง 7 ลูกที่มีสีแตกต่างกันทั้งหมด พิจารณาตามขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 นำลูกบอลสีแดง และลูกบอลสีขาววางเรียงติดกันไว้ ซึ่งจะเรียงได้ เท่ากับ ..... วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ลูกบอลสีน้ำเงินจะมีตำแหน่งในการวางได้ ..... วิธี



ขั้นตอนที่ 3 นำลูกบอลที่เหลือ จำนวน 4 ลูก มาวาง 4 ตำแหน่งที่เหลือ ซึ่งวางได้ เท่ากับ ..... วิธี

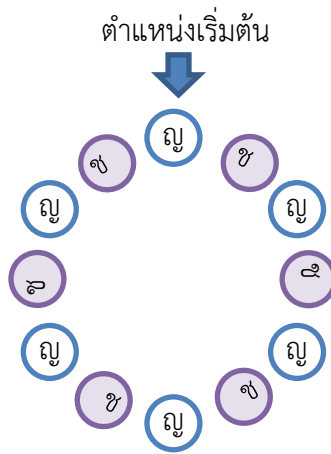
ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะวางเรียงลูกบอลเป็นวงกลมได้แตกต่างกันทั้งหมด เท่ากับ ..... วิธี

4. ในการจัดคน 12 คน เพื่อยืนเข้าแถวเป็นวงกลม มี ชาย 6 คน และหญิง 6 คน  
จะมีวิธีจัดให้ยืนได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

- 4.1 ไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม
- 4.2 หญิงยืนสลับกับชาย
- 4.3 หญิงสลับกับชายทีละ 2 คน

วิธีทำ 4.1 ต้องการจัดคนทั้งหมด 12 คนเป็นวงกลม โดยไม่มีข้อกำหนดเพิ่มเติม เท่ากับ

4.2 ต้องการจัดคนทั้งหมด 12 คนเป็นวงกลม โดยให้หญิงยืนสลับกับชาย



.....

.....

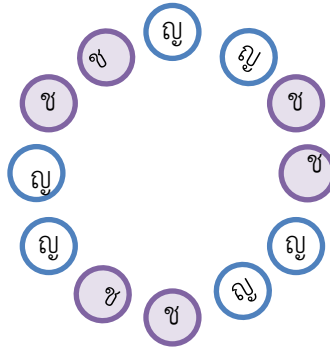
.....

.....

.....

.....

4.3 ต้องการจัดคนทั้งหมด 12 คน โดยให้หญิงยืนสลับกับชายทีละ 2 คน



.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. มีตำรวจ 2 นาย ทหาร 6 นาย นั่งล้อมเป็นวงกลม จะนั่งได้กี่วิธี เมื่อ

- 5.1 ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 5.2 ตำรวจ 2 นาย นั่งติดกันเสมอ
- 5.3 ตำรวจ 2 นาย นั่งแยกกันเสมอ
- 5.4 ตำรวจ 2 นาย นั่งตรงข้ามกันเสมอ

วิธีทำ 5.1 มีตำรวจ 2 นาย ทหาร 6 นาย นั่งล้อมเป็นวงกลม จะนั่งได้แตกต่างกันทั้งหมด  
..... วิธี

5.2 มีตำรวจ 2 นาย ทหาร 6 นาย นั่งล้อมเป็นวงกลม โดยตำรวจ 2 นาย  
นั่งติดกันเสมอ จะนั่งได้แตกต่างกันทั้งหมด

.....

.....

.....

.....

.....

5.3 มีตำรวจ 2 นาย ทหาร 6 นาย นั่งล้อมเป็นวงกลม โดยตำรวจ 2 นาย  
นั่งแยกกันเสมอ จะนั่งได้แตกต่างกันทั้งหมด

.....

.....

.....

.....

.....

5.4 มีตำรวจ 2 นาย ทหาร 6 นาย นั่งล้อมเป็นวงกลม โดยตำรวจ 2 นาย  
นั่งตรงข้ามกันเสมอ จะนั่งได้แตกต่างกันทั้งหมด

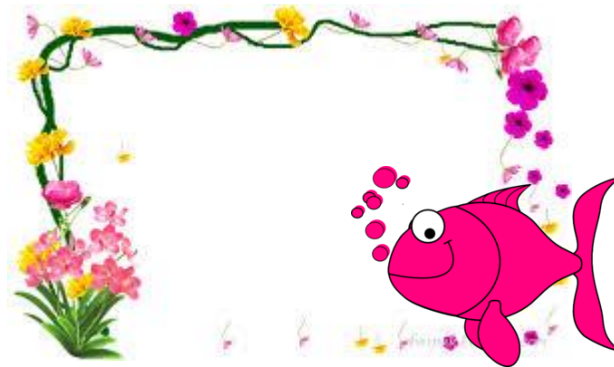
.....

.....

.....

.....

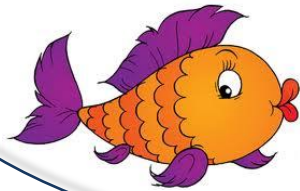
.....



ตอนที่ 2  
วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม  
แบบพลิกได้



ต่อไปเราจะมาศึกษาว่า การร้อยมาลัยเป็นวงกลม ด้วยดอกไม้  
ชนิดต่าง ๆ กัน จะมีวิธีร้อยมาลัยนั้น ได้แตกต่างกันอย่างไรบ้าง



เราเรียกวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบการร้อยมาลัยนี้ว่า  
วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้  
อยากรู้ว่าเป็นอย่างไร อ่านบทเรียนหน้าต่อไปเลยคะ

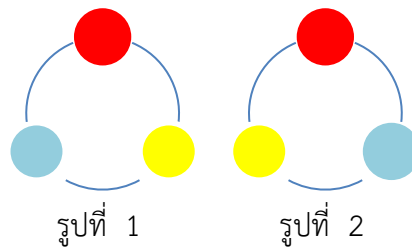


## ตอนที่ 2

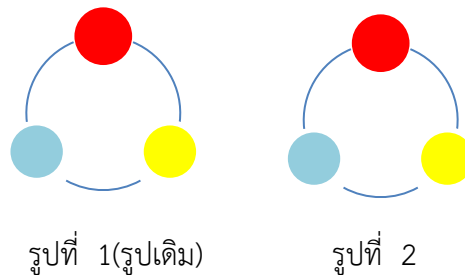
## วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้

วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมที่สามารถมองได้สองด้าน หรือแบบที่พลิกได้ เช่น การร้อยพวงมาลัย เป็นวงกลม การร้อยกำไลลูกปัดเป็นวงกลม เราจะสามารถพลิกอีกด้านหนึ่งของพวงมาลัย หรือ กำไลลูกปัดได้ พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

การร้อยลูกปัด 3 ลูก มีสีแดง สีเหลือง และสีฟ้า เป็นวงกลม (ดังรูป) ถ้าเป็นวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมทั่วไป พิจารณา 2 วิธีต่อไปนี้จะถือว่าเป็น 2 วิธีที่แตกต่างกัน



ถ้าพลิกรูปที่ 2 จากซ้ายมาขวา หรือจากขวามาซ้ายจะได้



จะพบว่า รูปที่ 1 และรูปที่ 2 เป็นวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมวิธีเดียวกัน

ศึกษาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้  
ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด จากกิจกรรมต่อไปนี้



กิจกรรมที่ 4.2

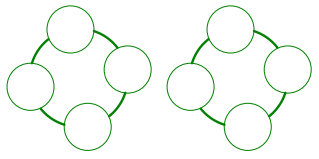
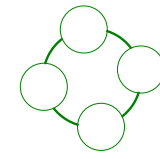
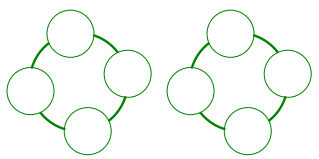
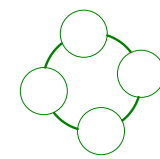
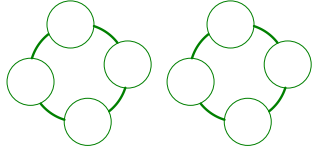
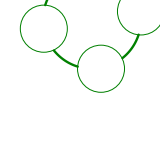
วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาในเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้ ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดได้

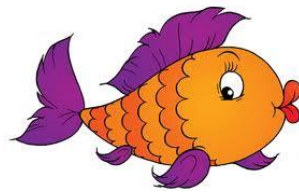
คำสั่ง จงระบายสีวงกลมเพื่อแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกไม่ได้ เมื่อพลิกอีกด้านหนึ่งแล้วเป็นวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้ เพื่อหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันทั้งหมด และความสัมพันธ์ในรูปแฟกทอเรียล

ต้องการร้อยลูกปัด 4 สีที่แตกต่างกัน



วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกไม่ได้	วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้
	
	
	
จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน.....วิธี เขียนรูปแฟกทอเรียลคือ.....วิธี	จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน.....วิธี เขียนรูปแฟกทอเรียลคือ.....วิธี

จากกิจกรรมที่ 4.2 จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้ มีลักษณะที่เหมือนหรือแตกต่างจากวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบพลิกไม่ได้ อย่างไรคะ



.....

.....

ถ้านักเรียนตอบแล้ว ไปตรวจสอบความเข้าใจจากบทเรียนต่อไป ได้เลยนะคะ



ศูนย์บูรณาการคณิตศาสตร์ของศูนย์พัฒนาส่งเสริมการเรียนรู้  
ศูนย์บูรณาการพัฒนาศูนย์การเรียนรู้ของศูนย์พัฒนา

๒๕๕๗

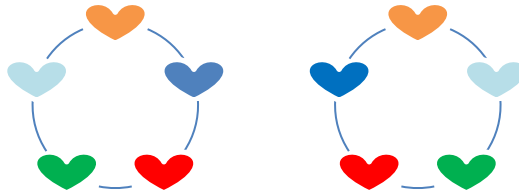


### จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้

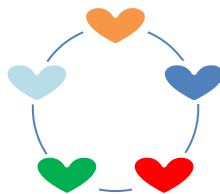
เมื่อดำเนินการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่าง โดยการดำเนินการนั้นเกิดผลลัพธ์ที่สามารถจับพลิก หรือ มองในปริภูมิสามมิติได้ เช่น การร้อยพวงมาลัยเป็นวงกลมที่สามารถจับพลิกได้ จะเรียกการดำเนินการนี้ว่าวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้

จากกิจกรรมที่ 4.2 การดำเนินการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้จะมีจำนวนวิธีเป็นครึ่งหนึ่งของจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบมองได้ด้านเดียว หรือพลิกไม่ได้ เนื่องจาก 2 วิธี ในการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกไม่ได้ใด ๆ ที่มีสิ่งของ 2 สิ่งอยู่ตรงข้ามกันแล้ว เมื่อพิจารณาเป็นวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้แล้ว จะเป็นวิธีเดียวกันเสมอ

วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกไม่ได้ 2 วิธี



เปรียบเทียบกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้ จะเป็น 1 วิธี



ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมในลักษณะที่พลิกกลับอีกด้านหนึ่งได้ จะเท่ากับครึ่งหนึ่งของจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบที่พลิกไม่ได้ หรือสรุปได้ว่า

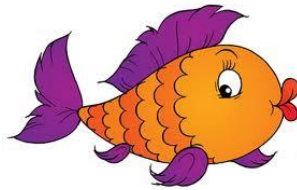
ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน  $n$  สิ่ง จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้เท่ากับ

$$\frac{(n-1)!}{2} \text{ วิธี}$$

ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน  $n$  สิ่ง จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม  
แบบพลิกได้เท่ากับ  $\frac{(n-1)!}{2}$  วิธี



ต่อไปเรามาทำความเข้าใจกับตัวอย่างกันได้เลยนะคะ



**ตัวอย่างที่ 4.5**

มีลูกปัดสีแตกต่างกันจำนวน 6 ลูก ในจำนวนนี้มีสีแดงและสีฟ้า รวมอยู่ด้วย ถ้านำลูกปัดเหล่านี้ทั้งหมดมาร้อยเป็นกำไลข้อมือ จะได้กำไลข้อมือที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่วง เมื่อ

- 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 2) สีแดงและฟ้าอยู่ติดกัน
- 3) สีแดงและสีฟ้าอยู่ตรงข้ามกัน

**วิธีทำ**

1) ต้องการร้อยกำไลข้อมือด้วยลูกปัดจำนวน 6 ลูก จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

$$\text{แบบพลิกได้ทั้งหมดเท่ากับ } \frac{(6 - 1)!}{2} = \frac{5!}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จะได้กำไลข้อมือที่แตกต่างกัน 60 วง

2) เมื่อต้องการให้ลูกปัดสีแดงและสีฟ้าอยู่ติดกัน การทำงานจึงแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 คิดเสมือนว่าลูกปัดสีแดงและสีฟ้าถูกมัดติดกันเป็น 1 ลูก

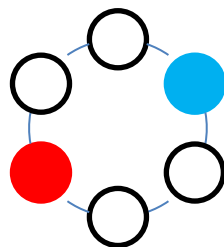
ดังนั้นจึงคิดลูกปัดเป็น 5 ลูก นำมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

$$\text{ได้เท่ากับ } (5 - 1)! = 4! = 24 \text{ วิธี}$$

ขั้นตอนที่ 2 ลูกปัดสีแดงและสีฟ้าที่อยู่ติดกันสลับที่กันได้อีก 2! วิธี

$$\text{ดังนั้น จะได้กำไลข้อมือที่แตกต่างกันเท่ากับ } \frac{24 \times 2!}{2} = \frac{24 \times 2 \times 1}{2} = 24 \text{ วง}$$

3) เมื่อต้องการให้ลูกปัดสีแดงและสีฟ้าอยู่ตรงข้ามกัน จัดให้ลูกปัดสีแดงและสีฟ้าอยู่ตรงข้ามกันก่อน ดังรูป ไม่ว่าจะวางไว้ ณ ตำแหน่งใด จะนับเป็น 1 วิธี



จะเห็นว่ามีตำแหน่งลูกปัดที่เหลืออีก 4 สี 4 ตำแหน่ง จึงเรียงสับเปลี่ยนได้ 6! วิธี

$$\text{ดังนั้น จะได้กำไลข้อมือที่แตกต่างกัน เท่ากับ } \frac{1 \times 4!}{2} = \frac{4!}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ วง}$$

**ตัวอย่างที่ 4.6**

ต้องการร้อยพวงมาลัยหนึ่งพวงด้วยดอกไม้ 9 ดอก ที่แตกต่างกัน ในจำนวนนี้มีดอกกล้วยไม้และสีม่วง ดอกกุหลาบสีแดง สีเหลือง และสีชมพูรวมอยู่ด้วยอย่างละ 1 ดอก อยากทราบว่าจะมีวิธีร้อยพวงมาลัยที่แตกต่างกันได้กี่วิธี เมื่อ

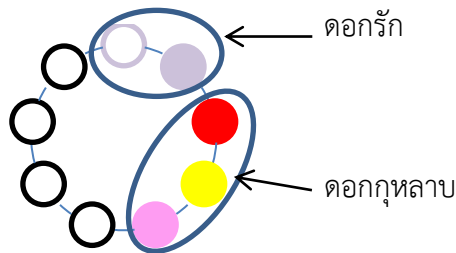
- 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 2) ดอกกล้วยไม้ติดกัน และดอกกุหลาบอยู่ติดกัน

**วิธีทำ**

- 1) ต้องการร้อยพวงมาลัยด้วยดอกไม้ที่แตกต่างกัน 9 ดอก จึงเป็นวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้ จะมีจำนวนวิธีร้อยพวงมาลัยที่แตกต่างกันเท่ากับ

$$\frac{(9 - 1)!}{2} = \frac{8!}{2} = \frac{40,320}{2} = 20,160 \text{ วิธี}$$

- 2) ต้องการให้ดอกกล้วยไม้ 2 สี และดอกกุหลาบซึ่งมี 3 สีอยู่ติดกัน



จากรูปจะพบว่าจะต้องพิจารณา 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 ดอกกล้วยไม้ 2 สีนำมาวางติดกัน จะสลับที่กันได้ 2! วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ดอกกุหลาบ 3 สีนำมาวางติดกัน จะสลับที่กันได้ 3! วิธี

ขั้นตอนที่ 3 จึงเปรียบเสมือนว่ามีดอกไม้เหลืออยู่ 6 ดอก จึงเรียงสับเปลี่ยน

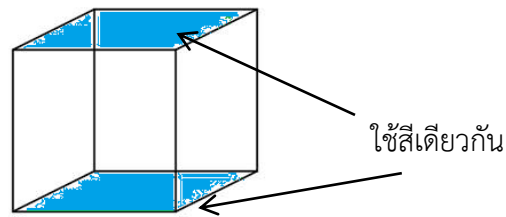
เชิงวงกลมได้เท่ากับ  $2!3!(6 - 1)! = 2!3!5! = 1,440$  วิธี

ดังนั้น จะมีจำนวนวิธีร้อยพวงมาลัยที่แตกต่างกันเท่ากับ  $\frac{1,440}{2} = 720$  วิธี

## ตัวอย่างที่ 4.7

ต้องการหาสีหน้าลูกเต๋า หน้าละสี จากสีที่แตกต่างกัน 5 สี โดยที่ไม่ให้หน้าที่หาสีเดียวกันอยู่ติดกัน จะมีวิธีการหาสีได้ทั้งหมดกี่วิธี

**วิธีทำ** เนื่องจากลูกเต๋ามี 6 หน้าและมีสี 5 สี ดังนั้นจะมี 2 หน้าที่มีสีเดียวกัน และทั้ง 2 หน้านี้นี้ต้องอยู่ตรงข้ามกัน



จะพิจารณาขั้นตอนการทำงานเป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกสี 1 สี จาก 5 สี เพื่อหาหน้าลูกเต๋า 2 หน้าที่อยู่ตรงข้ามกันได้เท่ากับ 5 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ใช้สีที่เหลือ 4 สี หา 4 หน้าของลูกเต๋าคือที่เหลือ ซึ่งจะพบว่า 4 หน้าที่เหลือนั้นอยู่ติดกัน เสมือนเป็นกรอบสี่เหลี่ยม จึงใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้ ดังนั้นจำนวนวิธีหาสี 4 สี

$$\text{เท่ากับ } \frac{(4-1)!}{2} = \frac{3!}{2} = 3 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีหาสีลูกเต๋าคือ 5 สี โดยที่สีเหมือนกันไม่อยู่ติดกัน

$$\text{เท่ากับ } 3 \times 5 = 15 \text{ วิธี}$$

ไปตรวจสอบความเข้าใจของตัวเอง  
ด้วยการทำแบบฝึกหัดกันนะคะ



## แบบฝึกที่ 4.2

**จุดประสงค์การเรียนรู้ :** นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาในเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดได้

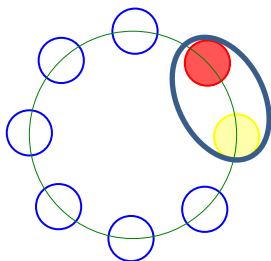
**คำสั่ง** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำประกอบการหาคำตอบ ทุกข้อ

- มีลูกปัด 20 ลูกที่มีสี และลักษณะที่แตกต่างกันทั้งหมด ต้องการนำลูกปัดทั้ง 20 ลูก นี้ มาร้อยเป็นสร้อยคอ จะได้สร้อยคอที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่เส้น

**วิธีทำ** ต้องการร้อยสร้อยคอด้วยลูกปัดที่แตกต่างกัน 20 ลูก จึงเป็นวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้ จึงมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนทั้งหมดเท่ากับ  
..... เส้น

- มีดอกไม้ที่แตกต่างกัน 10 ชนิด ในจำนวนนี้มีดอกกุหลาบและดอกดาวเรืองรวมอยู่ด้วย ถ้านำดอกไม้เหล่านี้ทั้งหมดมาร้อยเป็นมาลัยวงกลม จะสามารถร้อยมาลัยได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่พวง เมื่อ
  - 2.1 ดอกกุหลาบและดอกดาวเรืองอยู่ติดกัน
  - 2.2 ดอกกุหลาบและดอกดาวเรืองอยู่ตรงข้ามกัน
  - 2.3 ดอกกุหลาบไม่ติดกับดอกดาวเรือง

**วิธีทำ** 2.1 ต้องการร้อยพวงมาลัยด้วยดอกไม้ที่แตกต่างกัน 8 ดอก เมื่อต้องการให้ดอกกุหลาบและดอกดาวเรืองอยู่ติดกัน



จากรูปจะพบว่าจะต้องพิจารณา 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 ดอกกุหลาบและดอกดาวเรืองวางติดกัน จะสลับที่กันได้.....วิธี

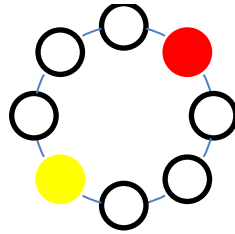
ขั้นตอนที่ 2 เปรียบเสมือนว่ามีดอกไม้เหลืออยู่ 7 ดอก

จึงเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมได้เท่ากับ ..... วิธี

ดังนั้น วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้เท่ากับ

..... วิธี

2.2 ดอกกุหลาบและดอกดาวเรืองอยู่ตรงข้ามกัน



.....

.....

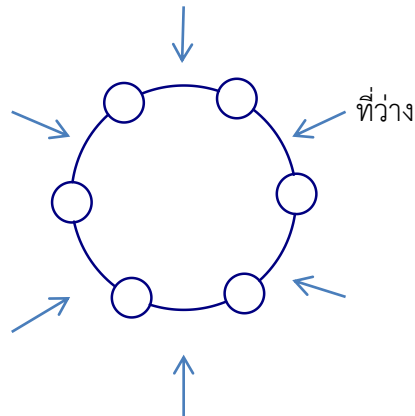
.....

.....

.....

.....

2.3 ดอกกุหลาบไม่ติดกับดอกดาวเรือง



.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. มีดอกไม้ 10 ดอกที่แตกต่างกัน มีสีขาว 5 ดอก สีแดง 5 ดอก ถ้านำมาร้อยพวงมาลัย ได้กี่วิธีที่แตกต่างกัน เมื่อ

- 3.1 ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 3.2 ให้สีขาวสลับกับสีแดง
- 3.3 ให้สีขาวอยู่ติดกัน และสีแดงอยู่ติดกัน

วิธีทำ

3.1 ต้องการร้อยพวงมาลัยจากดอกไม้ที่แตกต่างกัน 10 ดอก

.....

.....

.....

3.2 ต้องการร้อยพวงมาลัยจากดอกไม้ที่แตกต่างกัน 10 ดอก มีสีขาว 5 ดอก และสีแดง 5 ดอก โดยต้องการให้ดอกสีขาวสลับกับดอกสีแดง

.....

.....

.....

.....

.....

3.3 ต้องการร้อยพวงมาลัยจากดอกไม้ที่แตกต่างกัน 10 ดอก มีสีขาว 5 ดอก และสีแดง 5 ดอก โดยต้องการให้ดอกสีขาวอยู่ติดกัน และดอกสีแดงอยู่ติดกัน

.....

.....

.....

.....

.....



4. มีลูกปัดสีต่าง ๆ กัน 24 ลูก ต้องการนำมาร้อยเป็นสร้อยข้อมือ ถ้ามีลูกปัดสีแดง สีขาว สีเขียว รวมอยู่ด้วย จะสามารถร้อยสร้อยข้อมือได้แตกต่างกันกี่วิธี เมื่อ
- 4.1 ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
  - 4.2 ให้สีแดงอยู่ติดกับสีขาว
  - 4.3 ให้สีขาวอยู่ตรงข้ามกับสีเขียว
- (ให้ตอบในรูปแฟกทอเรียล)

**วิธีทำ** 4.1 มีลูกปัดสีต่าง ๆ กัน 24 ลูก ต้องการนำมาร้อยเป็นสร้อยข้อมือ จะร้อยเป็นสร้อยข้อมือได้แตกต่างกันทั้งหมด ..... วิธี

4.2 มีลูกปัดสีต่าง ๆ กัน 24 ลูก ต้องการนำมาร้อยเป็นสร้อยข้อมือ โดยให้สีแดงอยู่ติดกับสีขาว จะร้อยเป็นสร้อยข้อมือได้แตกต่างกันทั้งหมด พิจารณาตามขั้นตอน ดังนี้

.....

.....

.....

.....

4.3 มีลูกปัดสีต่าง ๆ กัน 24 ลูก ต้องการนำมาร้อยเป็นสร้อยข้อมือ โดยให้สีขาวอยู่ตรงข้ามกับสีเขียว จะร้อยเป็นสร้อยข้อมือได้แตกต่างกันทั้งหมด พิจารณาตามขั้นตอน ดังนี้

.....

.....

.....

.....

5.

เพลงอุทยานดอกไม้

ศิลปิน : อรวี สัจจานนท์

อัลบั้ม :-

ชมएका จำปา จำปี กุหลาบ ราตรี พะยอม อังกาบ ทั้งกรรมการ ลำดวน นมแมว  
ช่อนกลิ่น ยี่โถ ชงโค มณฑา สายหยุด เฟื่องฟ้า ชบา และสร้อยทอง..

บานบุรี ยี่สุ่น ขจร ประดู่ พุดซ้อน พลับพลึง หงอนไก่ พิภพคารพอง..  
งามทานตะวัน รักเร่ กาหลง ประยงค์ พวงทอง บานชื่นสุขสอง พุทธชาติสะอาดแซม...

\*\*พิศ พวงชมพู กระจ่างงาเลื้อยเคียงคู่ ดูสดสวยแฉล้ม รสสุคนธ์ บุญนาค นางแย้ม  
สารภีที่ถูใจ... งามอุบลปน จันทร์กะพ้อ ผีเสื้อแตกกอ พร้อมเล็บมีอนาง พุดตาน  
กล้วยไม้... ดาวเรือง อัญชัน ยี่หุบ มะลิวัลย์แลวิไล ชูช่อไสว ไร่ใจในอุทยาน

ที่มา : <https://thailyric.wordpress.com> วันที่ 12 กรกฎาคม 2556

จากเนื้อเพลงอุทยานดอกไม้ ให้นักเรียนหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้  
เพื่อนำดอกไม้ทุกชนิด ๆ ละ 1 ดอกมาร้อยเป็นพวงมาลัย จะได้พวงมาลัยที่แตกต่างกันทั้งหมด  
กี่รูปแบบเมื่อต้องการ



5.1 ใช้ดอกไม้ทุกชนิด ชนิดละ 1 ดอก

.....  
.....

5.2 ให้ดอกจำปา จำปี กุหลาบ และราตรี อยู่ติดกัน

.....  
.....  
.....

5.3 ให้ดอกดาวเรือง อัญชัน ยี่หุบ อยู่ติดกัน และดอกยี่โถ ชงโค มณฑา อยู่ติดกัน

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

จากวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมทั้ง 2 รูปแบบ  
นักเรียนได้ข้อสรุปของความสัมพันธ์อย่างไรบ้างคะ

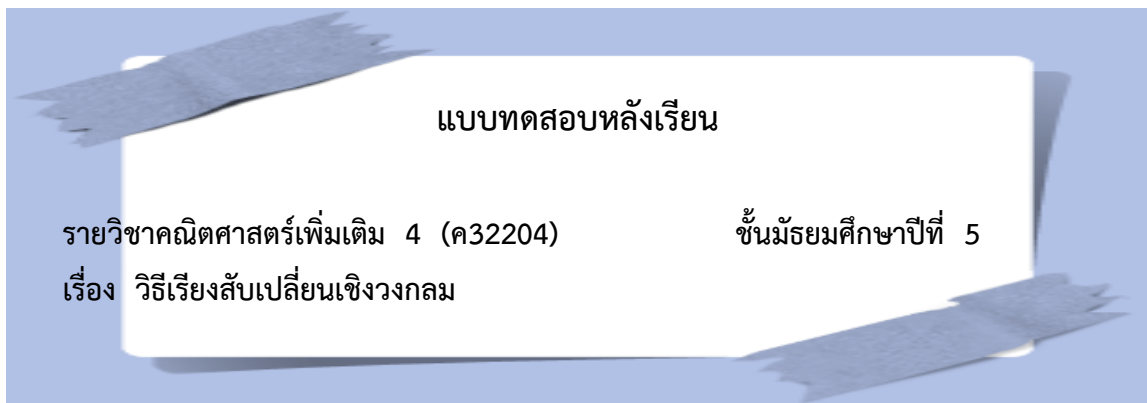


จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน  $n$  สิ่ง  
นำมาจัดเรียงทั้งหมดเท่ากับ  $(n - 1)!$  วิธี

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้ของสิ่งของที่แตกต่างกัน  $n$  สิ่ง  
เท่ากับ  $\frac{(n - 1)!}{2}$  วิธี

ไปทำแบบทดสอบหลังเรียนกันได้เลยคะ





**คำชี้แจง** แบบทดสอบชุดนี้มีทั้งหมด 10 ข้อ ใช้เวลา 15 นาที

**คำสั่ง** ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย **x** ลงในช่องตัวเลือกในกระดาษคำตอบที่เห็นว่าถูกต้องที่สุด เพียงคำตอบเดียว

- จำนวนวิธีที่จะนำธงชาติของประเทศในอาเซียนทั้ง 10 ประเทศ มาเรียงรอบเสาธงเท่ากับข้อใด
 

ก. 9! วิธี	ข. 10! วิธี
ค. 9 วิธี	ง. 10 วิธี
จ. 90 วิธี	
- ต้องการนำกระถางต้นไม้ 5 กระถางมาวางเรียงเป็นวงกลมรอบเสาธง จะจัดเรียงได้กี่วิธี
 

ก. 5 วิธี	ข. 12 วิธี
ค. 18 วิธี	ง. 24 วิธี
จ. 30 วิธี	
- มีผู้หญิง 7 คน และผู้ชาย 7 คน มายืนเป็นวงกลม จะยืนได้กี่วิธี เมื่อให้ผู้หญิงยืนสลับกับผู้ชาย
 

ก. 14!วิธี	ข. $1 \times 6! \times 6!$ วิธี
ค. $1 \times 7! \times 7!$ วิธี	ง. $1 \times 6! \times 7!$ วิธี
จ. 13! วิธี	

4. มีผู้หญิง 4 คน และผู้ชาย 5 คน มาขึ้นเป็นวงกลม จะยืนได้กี่วิธี เมื่อไม่มีผู้หญิงสองคนใดยืนติดกัน

ก. 1,880 วิธี

ข. 1,888 วิธี

ค. 2,055 วิธี

ง. 2,680 วิธี

จ. 2,880 วิธี

5. มีกระถางต้นเฟื่องฟ้าที่แตกต่างกัน 2 กระถาง และกระถางต้นมะลิที่แตกต่างกัน 6 กระถาง ต้องการนำมาวางเรียงเป็นวงกลมได้กี่วิธี ถ้ากระถางต้นเฟื่องฟ้าต้องอยู่ตรงข้ามกันเสมอ

ก. 640 วิธี

ข. 720 วิธี

ค. 820 วิธี

ง. 820 วิธี

จ. 920 วิธี

6. ต้องการร้อยสร้อยข้อมือด้วยลูกปัดที่มีแบบต่าง ๆ กัน 24 แบบจะสามารถร้อยลูกปัดเป็นสร้อยข้อมือได้แตกต่างกันกี่เส้น

ก.  $23!$  เส้น

ข.  $24!$  เส้น

ค.  $\frac{23!}{2}$  เส้น

ง.  $\frac{24!}{3!}$  เส้น

จ.  $\frac{24!}{2}$  เส้น

7. มีดอกไม้ที่แตกต่างกัน 8 ดอก ในจำนวนนี้มีดอกสีขาว 2 ดอกและดอกสีแดง 3 ดอก ต้องการร้อยมาลัยด้วยดอกไม้ทั้งหมดนี้ โดยที่ดอกไม้สีแดงจะเรียงติดกัน จะมีวิธีร้อยมาลัยได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

ก. 8 วิธี

ข. 60 วิธี

ค. 120 วิธี

ง. 360 วิธี

จ. 720 วิธี



กระดานคำตอบ แบบทดสอบหลังเรียน  
เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

ข้อที่	ก	ข	ค	ง	จ
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					



แบบบันทึกคะแนนแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

เล่ม 4 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

รายการ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	ความก้าวหน้า	คิดเป็นร้อยละ
การทดสอบก่อนเรียน	10			
การทดสอบหลังเรียน	10			



แบบบันทึกคะแนนความก้าวหน้าของแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

เล่ม 4 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบฝึกที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	คิดเป็นร้อยละ	ผ่านเกณฑ์*	ไม่ผ่านเกณฑ์**
4.1	30				
4.2	39				
รวมทั้งหมด	69				
เฉลี่ย					
คิดเป็นร้อยละ					

- \* ผ่านเกณฑ์   หมายความว่า   ผู้เรียนได้คะแนนร้อยละ 75 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
- \*\* ไม่ผ่านเกณฑ์   หมายความว่า   ผู้เรียนได้คะแนนน้อยกว่าร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม



### บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล เรณู สุทธิวารีย์ และรณชัย มาเจริญทรัพย์. **เตรียมสอบ PET 1 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 4 ม.4-6**. กรุงเทพฯ: ภูมิบัณฑิตการพิมพ์.
- กมล เอกไทยเจริญ. **คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 6 ค016**. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชซิ่ง.
- \_\_\_\_\_. (2557). **เทคนิคการทำโจทย์ข้อสอบ คณิตศาสตร์ ม.5 เทอม 2**. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชซิ่ง.
- คณิต มงคลพิทักษ์สุข. **HI-SPEED MATHS FOR PAT1 & EXAM**. กรุงเทพฯ: SCIENCE CENTER.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (2556). **คู่มือประกอบการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4 – 6 เล่ม 4**. กรุงเทพฯ: พ.ศ. พัฒนา จำกัด.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์ และคณะ. (2545). **กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-6) เล่ม 3**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: ประสารมิตร.
- ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (2555). **1001 TESTS IN MATHS 3**. กรุงเทพฯ: แม็ค.
- พิพัฒน์พงศ์ ศรีวิศร. (2555). **คู่มือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4 - 6 เล่ม 4**. กรุงเทพฯ: เดอร์บุคส์.
- ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง. (2542). **แนวคิดหลักมูลทางคณิตศาสตร์ 1**. 500 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- เลิศ สิทธิโกศล. (2555). **Math Review คณิตศาสตร์ ม.4 – 6 เล่ม 4 (เพิ่มเติม)**. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชซิ่ง.
- สถาบันส่งเสริมการสอนการอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2544). **เอกสารเสริมความรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง คอมบินาทอริก**. 3,000 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สำนักพัฒนาธุรกิจ.
- \_\_\_\_\_. (2553). **หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เล่ม 4**. 350,000 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สกสค. ลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_. (2553). **คู่มือครูรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เล่ม 4**. 5,000 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สกสค. ลาดพร้าว.
- สมพร สุตินันท์โอภาส. (2539). **คณิตศาสตร์ทางด้านวิธีจัดหมู่เบื้องต้น**. 1,000 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

### บรรณานุกรม (ต่อ)

สมัย เหล่าวานิชย์. **คู่มือคณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 6**. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชซิ่ง.

สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชรพรณ เหล่าวานิชย์. **คณิตศาสตร์4 พื้นฐาน + เพิ่มเติม**. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชซิ่ง.

สุเทพ จันทร์สมบัติ และสุเทพ ทองอยู่. **คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์ 6 ม.6 เล่ม 6 ค016**. กรุงเทพฯ: ภูมิบัณฑิต.

### การสืบค้นข้อมูลอิเล็กทรอนิกส์

เนื้อเพลงอุทยานดอกไม้ ศิลปิน อรวี สัจจานนท์. สืบค้นเมื่อ 12 กรกฎาคม 2556, จาก

<https://thailyric.wordpress.com>





ภาคผนวก

## เกณฑ์การให้คะแนน

### เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบก่อนเรียนและแบบทดสอบหลังเรียน

แบบทดสอบละ 10 ข้อ ให้คะแนนข้อละ 1 คะแนน ตามรายละเอียด ดังนี้

คะแนน	รายละเอียด
1	หมายถึง เลือกข้อคำตอบได้ถูกต้อง
0	หมายถึง เลือกข้อคำตอบไม่ถูกต้อง

### เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกที่ 4.1

ข้อที่ 1 - 3 ให้คะแนนข้อละ 3 คะแนน

ข้อที่ 4 มี 3 ข้อย่อย ให้คะแนนข้อย่อยละ 3 คะแนน

ข้อที่ 5 มี 4 ข้อย่อย ให้คะแนนข้อย่อยละ 3 คะแนน

ตามรายละเอียด ดังนี้

คะแนน	รายละเอียด
3	หมายถึง คำตอบถูกต้อง แสดงเหตุผลถูกต้อง แนวคิดชัดเจน
2	หมายถึง คำตอบถูกต้อง แสดงเหตุผลถูกต้อง อาจมีข้อผิดพลาดเล็กน้อย
1	หมายถึง แสดงวิธีคิดเล็กน้อย เหตุผลหรือการคำนวณผิดพลาด
0	หมายถึง ไม่แสดงวิธีคิด ไม่ได้คำตอบ หรือตอบไม่ถูก

รวมคะแนนเต็ม 30 คะแนน

## เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกที่ 4.2

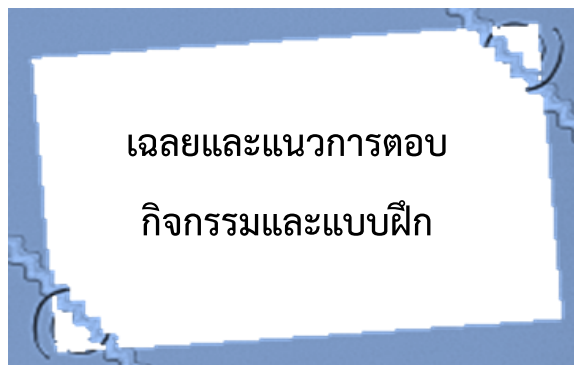
ข้อที่ 1 ให้คะแนนข้อละ 3 คะแนน

ข้อที่ 2 - 5 มีข้อละ 3 ข้อย่อย ให้คะแนนข้อย่อยละ 3 คะแนน

ตามรายละเอียด ดังนี้




คะแนน	รายละเอียด
3	หมายถึง คำตอบถูกต้อง แสดงเหตุผลถูกต้อง แนวคิดชัดเจน
2	หมายถึง คำตอบถูกต้อง แสดงเหตุผลถูกต้อง อาจมีข้อผิดพลาดเล็กน้อย
1	หมายถึง แสดงวิธีคิดเล็กน้อย เหตุผลหรือการคำนวณผิดพลาด
0	หมายถึง ไม่แสดงวิธีคิด ไม่ได้คำตอบ หรือตอบไม่ถูก

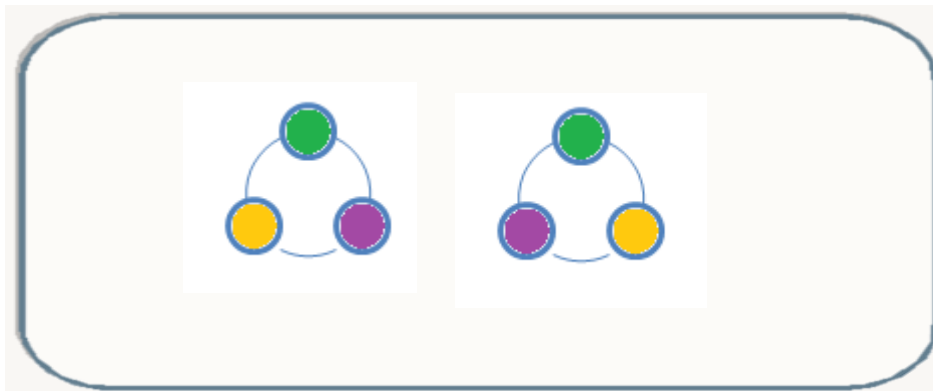
รวมคะแนนเต็ม 39 คะแนน



เฉลยและแนวการตอบกิจกรรมที่ 4.1

สถานการณ์ที่ 1

กำหนดลูกบอล 3 สี คือ     
(วาดรูปแสดงพร้อมระบายสี)



จัดเรียงได้ทั้งหมด .....2..... วิธี

พิจารณาโดยใช้หลักการคูณ

- ตำแหน่งที่ 1 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ 1 วิธี
- ตำแหน่งที่ 2 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ .....2..... วิธี
- ตำแหน่งที่ 3 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ .....1..... วิธี

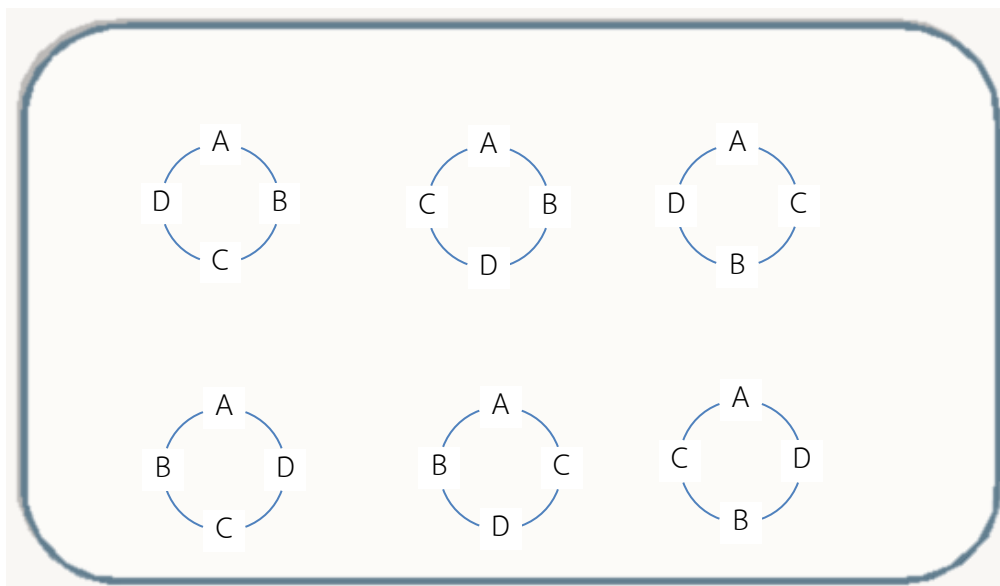
จากจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน เขียนในรูปแฟกทอเรียลได้เป็น

.....  $2 = 1 \times 2 \times 1 = 2! = (3 - 1)!$ ..... วิธี



สถานการณ์ที่ 2

กำหนดตัวอักษร 4 ตัว คือ A, B, C และ D



จัดเรียงได้ทั้งหมด .....6..... วิธี

พิจารณาโดยใช้หลักการคูณ

- ตำแหน่งที่ 1 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ 1 วิธี
- ตำแหน่งที่ 2 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ .....3..... วิธี
- ตำแหน่งที่ 3 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ .....2..... วิธี
- ตำแหน่งที่ 4 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ .....1..... วิธี

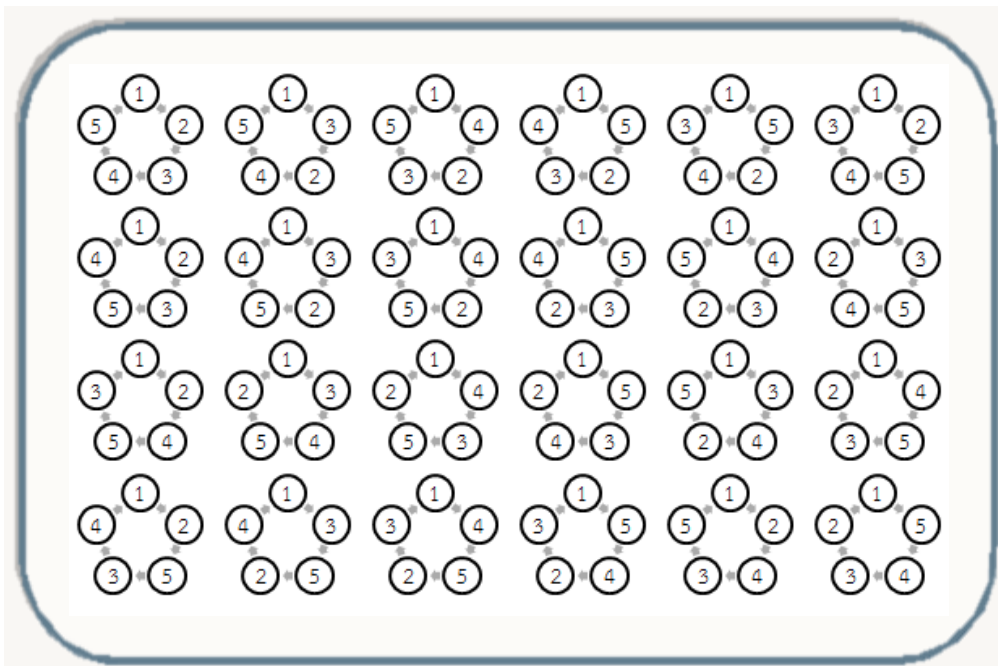
จากจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน ควรเขียนในรูปแฟกทอเรียลได้เป็น

.....  $6 = 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 3! = (4 - 1)!$ ..... วิธี



สถานการณ์ที่ 3

กำหนดตัวเลข 5 ตัว คือ ①, ②, ③, ④ และ ⑤



จัดเรียงได้ทั้งหมด .....24..... วิธี

พิจารณาโดยใช้หลักการคูณ

- ตำแหน่งที่ 1 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ 1 วิธี
- ตำแหน่งที่ 2 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ .....4..... วิธี
- ตำแหน่งที่ 3 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ .....3..... วิธี
- ตำแหน่งที่ 4 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ .....2..... วิธี
- ตำแหน่งที่ 5 นำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนได้ .....1..... วิธี

จากจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน ควรเขียนในรูปแฟกทอเรียลได้เป็น

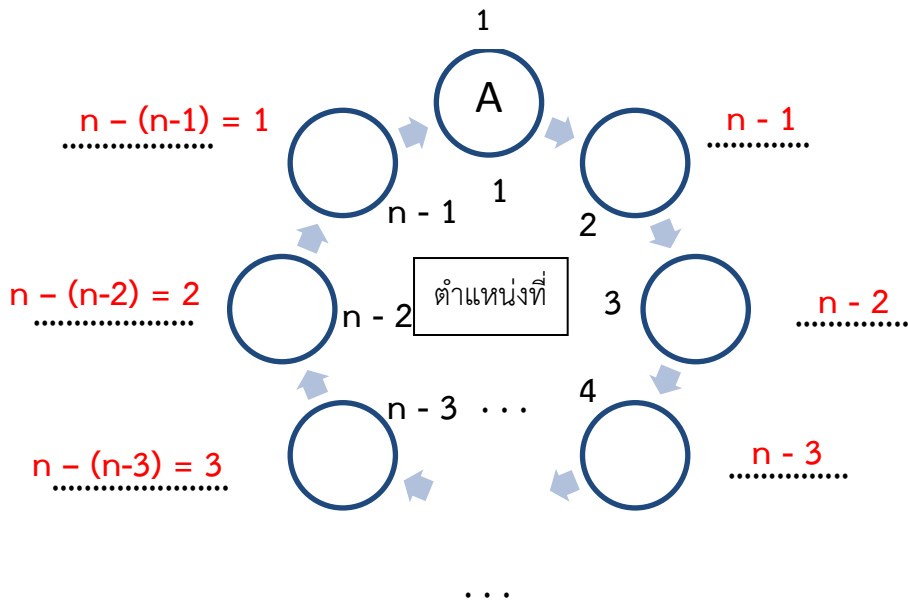
.....  $24 = 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = (5 - 1)!$ ..... วิธี



สถานการณ์ที่ 4

ต้องการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน  $n$  สิ่ง เป็นวงกลมโดยคำนึงถึงตำแหน่งที่  
 จงเติมจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมลงในช่องว่าง เพื่อแสดงจำนวนวิธีที่แตกต่างกัน  
 กำหนดให้ A เป็นสิ่งของที่อยู่กับที่ จึงมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนได้ 1 วิธี ดังนั้น จะเหลือ  
 สิ่งของ  $n - 1$  สิ่ง กับ  $n - 1$  ตำแหน่ง จะมีจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนกี่วิธี

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน



ดังนั้น จำนวนวิธีในการเรียงสับเปลี่ยน เท่ากับ

- ตำแหน่ง A เรียงสับเปลี่ยนได้ .....1.....วิธี
- ตำแหน่ง 1 เรียงสับเปลี่ยนได้ ..... $n - 1$ .....วิธี
- ตำแหน่ง 2 เรียงสับเปลี่ยนได้ ..... $n - 2$ .....วิธี
- ตำแหน่ง 3 เรียงสับเปลี่ยนได้ ..... $n - 3$ .....วิธี
- ⋮
- ตำแหน่ง  $n - 1$  เรียงสับเปลี่ยนได้ .....1.....วิธี

โดยหลักการคูณจะได้จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเท่ากับ

$$1 \times (n - 1) \times (n - 2) \times (n - 3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = (n - 1)! \text{ วิธี}$$

เฉลยและแนวการตอบแบบฝึกที่ 4.1

1. ต้องการต่อฮูลาฮูป ซึ่งเป็นชิ้นส่วนที่ประกบกันเป็นวงกลมได้ 1 วง มีชิ้นส่วนทั้งหมด 12 ชิ้น แต่ละชิ้นมีสีต่างกัน จะมีวิธีการต่อฮูลาฮูปได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ



ต้องการนำชิ้นส่วนที่ประกบกันเป็นฮูลาฮูป ซึ่งมีชิ้นส่วนที่แตกต่างกัน 12 ชิ้น จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมได้ทั้งหมดเท่ากับ  $(12 - 1)! = 11!$  วิธี

2. ในการจัดประชุมตัวแทนนักเรียนจากระดับชั้น ม.4 ม.5 และ ม.6 ระดับชั้นละ 3 คน จำนวนวิธีที่จะจัดให้ผู้เข้าร่วมประชุมทุกคนนั่งรอบโต๊ะกลม โดยที่ตัวแทนนักเรียนในระดับชั้นเดียวกันจะต้องนั่งติดกันเท่ากับเท่าใด

วิธีทำ

การจัดผู้เข้าร่วมประชุมทั้งหมดนั่งรอบโต๊ะกลมมีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ตัวแทนนักเรียนระดับชั้น ม.4 จำนวน 3 คน จัดให้นั่งติดกัน  
ได้เท่ากับ  $3!$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ตัวแทนนักเรียนระดับชั้น ม.5 จำนวน 3 คน จัดให้นั่งติดกัน  
ได้เท่ากับ  $3!$  วิธี

ขั้นตอนที่ 3 ตัวแทนนักเรียนระดับชั้น ม.6 จำนวน 3 คน จัดให้นั่งติดกัน  
ได้เท่ากับ  $3!$  วิธี

ขั้นตอนที่ 4 นำตัวแทนนักเรียนทั้ง 3 ระดับชั้นที่จัดให้นั่งติดกันแล้ว  
มาจัดเรียงรอบโต๊ะกลม จัดให้นั่งได้  
เท่ากับ  $(3 - 1)! = 2!$  วิธี

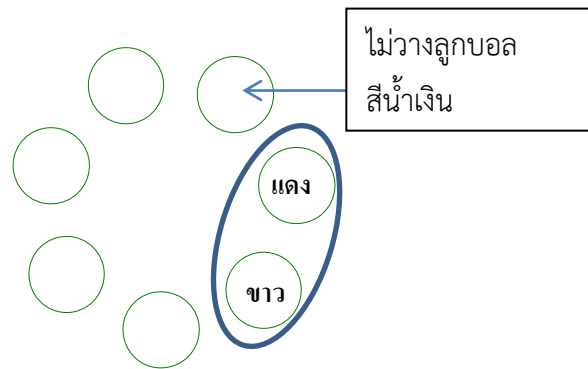
ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะจัดที่นั่งประชุมรอบโต๊ะกลมเท่ากับ  $3!3!3!2! = 432$  วิธี

3. มีลูกบอล 7 สี ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยมีสีแดง สีขาว สีน้ำเงิน และสีอื่น ๆ รวมอยู่ด้วย จำนวนวิธีที่จะวางเรียงลูกบอลทั้งหมดเป็นวงกลม โดยต้องการให้ลูกบอลสีแดงและสีขาวเรียงติดกัน แต่ลูกบอลสีแดงจะต้องไม่อยู่ติดกับลูกบอลสีน้ำเงินมีค่าเท่ากับเท่าใด

**วิธีทำ** จำนวนวิธีที่จะวางเรียงลูกบอลทั้ง 7 ลูกที่มีสีแตกต่างกันทั้งหมด  
พิจารณาตามขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 นำลูกบอลสีแดง และลูกบอลสีขาววางเรียงติดกันไว้ ซึ่งจะเรียงได้  
เท่ากับ  $2!$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ลูกบอลสีน้ำเงินจะมีตำแหน่งในการวางได้  $4$  วิธี



ขั้นตอนที่ 3 นำลูกบอลที่เหลือ จำนวน 4 ลูก มาวาง 4 ตำแหน่งที่เหลือ  
ซึ่งวางได้ เท่ากับ  $4!$  วิธี

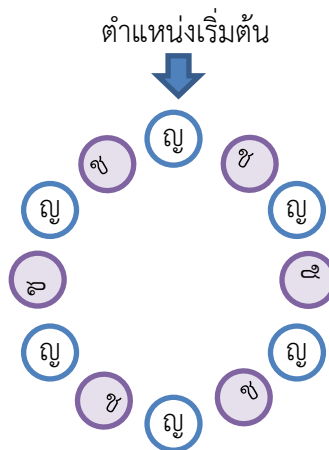
ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะวางเรียงลูกบอลเป็นวงกลมได้แตกต่างกันทั้งหมด  
เท่ากับ  $2! \times 4 \times 4! = 192$  วิธี

4. ในการจัดคน 12 คน เพื่อเข้าแถวเป็นวงกลม มี ชาย 6 คน และหญิง 6 คน จะมีวิธีจัดให้ยืนได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

- 4.1 ไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม
- 4.2 หญิงยืนสลับกับชาย
- 4.3 หญิงสลับกับชายทีละ 2 คน

**วิธีทำ** 4.1 ต้องการจัดเรียงคนทั้งหมด 12 คน เป็นวงกลม โดยไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม ดังนั้นจะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแตกต่างกันได้เท่ากับ  $(12 - 1)! = 11!$  วิธี

4.2 ต้องการเรียงคนทั้งหมด 12 คนเป็นวงกลม โดยให้หญิงยืนสลับกับชาย



จึงเลือกหญิงหรือชายมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมก่อนก็ได้ ในที่นี้จะเลือกหญิงก่อน มีวิธีคิดได้ 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 จัดให้นักเรียนหญิง 6 คน ยืนเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมได้

$$\text{เท่ากับ } (6 - 1)! = 5! = 120 \text{ วิธี}$$

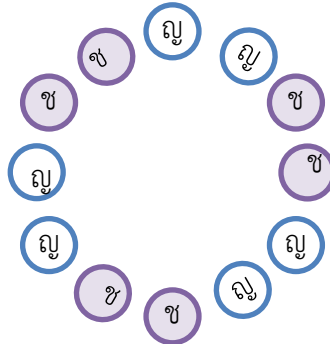
ขั้นตอนที่ 2 จัดเรียงนักเรียนชาย 6 คนสลับที่ระหว่างนักเรียนหญิงได้

$$6 \text{ ตำแหน่ง จึงมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนได้ } 6! = 720 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จัดชาย 6 คน หญิง 6 คน ยืนเรียงเป็นวงกลมได้ทั้งหมด

$$120 \times 720 = 86,400 \text{ วิธี}$$

4.3 ต้องการเรียงคนทั้งหมด 12 คน โดยให้หญิงยืนสลับกับชายทีละ 2 คน



จะมีวิธีคิดได้ 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 จัดหญิง หรือชายก็ได้ 1 คน ในที่นี้เลือกหญิง ยืนในตำแหน่งที่ 1 หรือ 2 ได้เท่ากับ 2 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 จัดหญิงที่เหลือ 5 คน จากขั้นตอนที่ 1 ได้ 5 ตำแหน่ง  
มีวิธีเรียงสับเปลี่ยน เท่ากับ  $5!$  วิธี

ขั้นตอนที่ 3 จัดเรียงนักเรียนชาย 6 คนใน 6 ตำแหน่ง จึงมีวิธีเรียงสับเปลี่ยน  
ได้  $6!$  วิธี

ดังนั้น จัดชาย 6 คน หญิง 6 คน ยืนสลับทีละ 2 คน เป็นวงกลมได้  
ทั้งหมด  $2 \times 5! \times 6! = 2 \times 120 \times 720 = 172,800$  วิธี

5. มีตำรวจ 2 นาย ทหาร 6 นาย นั่งล้อมเป็นวงกลม จะนั่งได้กี่วิธี เมื่อ

- 5.1 ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 5.2 ตำรวจ 2 นาย นั่งติดกันเสมอ
- 5.3 ตำรวจ 2 นาย นั่งแยกกันเสมอ
- 5.4 ตำรวจ 2 นาย นั่งตรงข้ามกันเสมอ

**วิธีทำ** 5.1 ต้องการจัดตำรวจ 2 นาย ทหาร 6 นาย รวม 8 คน นั่งเป็นวงกลมจะมีจำนวนวิธีที่แตกต่างกันเท่ากับ  $(8 - 1)! = 7!$  วิธี

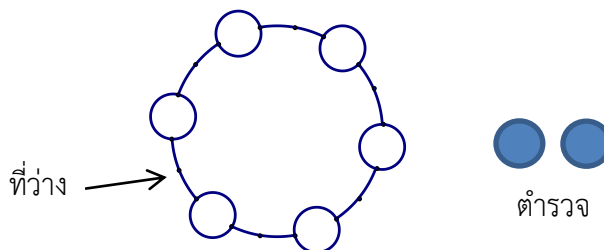
5.2 ต้องการจัดตำรวจ 2 นาย ทหาร 6 นาย โดยที่ตำรวจ 2 นายนั่งติดกันเสมอ จึงนับตำรวจ 2 นายเป็น 1 คน จึงเสมือนมีคนอยู่ 7 คน พิจารณาเป็น 2 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 จัดคน 7 คนนั่งเป็นวงกลมได้  $(7 - 1)! = 6!$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ตำรวจ 2 นายนั่งสับเปลี่ยนกันได้  $2!$  วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในการจัดที่นั่งทั้งหมดเท่ากับ  $6!2! = 1,440$  วิธี

5.3 ต้องการจัดตำรวจ 2 นาย ทหาร 6 นาย โดยที่ตำรวจ 2 นายนั่งแยกกันเสมอ จึงนำทหารทั้ง 6 คน มาเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมก่อน พิจารณาเป็น 2 ขั้นตอนดังนี้



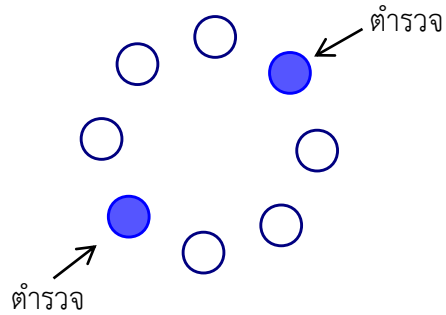
ขั้นตอนที่ 1 จัดทหาร 6 นาย นั่งเป็นวงกลมได้  $(6 - 1)! = 5!$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 จะมีตำแหน่งที่ว่างระหว่างทหาร 6 ตำแหน่ง ตำรวจ

2 นาย จึงแทรกลงใน 6 ตำแหน่งนั้น ได้  $\frac{6!}{(6 - 2)!} = \frac{6!}{4!}$  วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในการจัดที่นั่งทั้งหมดเท่ากับ  $5! \times \frac{6!}{4!} = 3,600$  วิธี

5.4 ต้องการจัดตำรวจ 2 นาย ทหาร 6 นาย โดยที่ตำรวจ 2 นายนั่งตรงข้ามกันเสมอ  
พิจารณาเป็น 2 ขั้นตอนดังนี้



ขั้นตอนที่ 1 จัดตำรวจ 2 นาย นั่งตรงข้ามกันได้ 1 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 จะมีตำแหน่งที่เหลือสำหรับทหาร 6 ตำแหน่ง

จัดเรียงสับเปลี่ยนได้  $6!$  วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในการจัดที่นั่งทั้งหมดเท่ากับ  $1 \times 6! = 720$  วิธี



เฉลยและแนวการตอบกิจกรรมที่ 4.2

ต้องการร้อยลูกปัด 4 สีที่แตกต่างกัน



วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกไม่ได้	วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้
<p>จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน 6 วิธี เขียนรูปแฟกทอเรียลคือ <math>(4 - 1)! = 3!</math> วิธี</p>	<p>จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน 3 วิธี เขียนรูปแฟกทอเรียลคือ</p> $3 = \frac{6}{2} = \frac{3!}{2} = \frac{(4 - 1)!}{2} \text{ วิธี}$

เฉลยและแนวการตอบแบบฝึกที่ 4.2

1. มีลูกปัด 20 ลูกที่มีสีและลักษณะที่แตกต่างกันทั้งหมด ต้องการนำลูกปัดทั้ง 20 ลูกนี้ มาร้อยเป็นสร้อยคอ จะได้สร้อยคอที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่เส้น

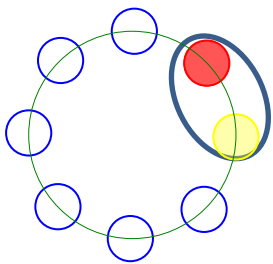
**วิธีทำ** ต้องการร้อยสร้อยคอด้วยลูกปัดที่แตกต่างกัน 20 ลูก จึงเป็นวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้ จึงมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนทั้งหมดเท่ากับ

$$\frac{(20 - 1)!}{2} = \frac{19!}{2} \text{ เส้น}$$

2. มีดอกไม้ที่แตกต่างกัน 8 ชนิด ในจำนวนนี้มีดอกกุหลาบและดอกดาวเรืองรวมอยู่ด้วย ถ้านำดอกไม้เหล่านี้ทั้งหมดมาร้อยเป็นมาลัยวงกลม จะสามารถร้อยมาลัยได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วงเมื่อ

- 2.1 ดอกกุหลาบและดอกดาวเรืองอยู่ติดกัน
- 2.2 ดอกกุหลาบและดอกดาวเรืองอยู่ตรงข้ามกัน
- 2.3 ดอกกุหลาบไม่ติดกับดอกดาวเรือง

**วิธีทำ** 2.1 ต้องการร้อยพวงมาลัยด้วยดอกไม้ที่แตกต่างกัน 8 ดอก เมื่อต้องการให้ดอกกุหลาบและดอกดาวเรืองอยู่ติดกัน



จากรูปจะพบว่าจะต้องพิจารณา 2 ขั้นตอน คือ

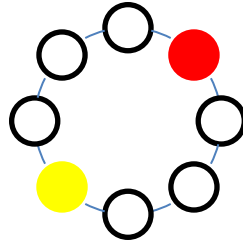
ขั้นตอนที่ 1 ดอกกุหลาบและดอกดาวเรืองวางติดกัน จะสลับที่กันได้  $2!$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 จึงเปรียบเสมือนว่ามีดอกไม้เหลืออยู่ 7 ดอก จึงเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมได้เท่ากับ

$$2!(7 - 1)! = 2!6! \text{ วิธี}$$

ดังนั้น วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้เท่ากับ  $\frac{2!6!}{2} = 6! = 720$  วิธี

2.2 ดอกกุหลาบและดอกดาวเรืองอยู่ตรงข้ามกัน



จากรูปจะพบว่าต้องพิจารณา 2 ขั้นตอน คือ

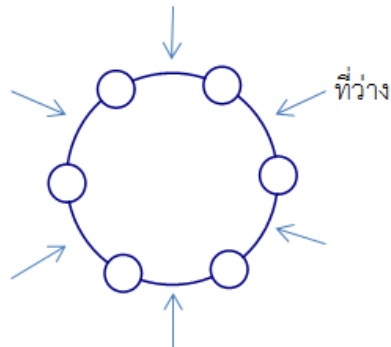
ขั้นตอนที่ 1 ดอกกุหลาบและดอกดาวเรืองอยู่ตรงข้ามกันได้ 1 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ดอกไม้ที่เหลืออีก 6 ดอก เรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้

$$\text{ได้ } \frac{6!}{2} = \frac{720}{2} = 360 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้เท่ากับ  $1 \times 360 = 360$  วิธี

2.3 ดอกกุหลาบไม่ติดกับดอกดาวเรือง



จากรูปจะพบว่าต้องพิจารณา 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 นำดอกไม้อื่น ๆ 6 ดอกมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมก่อน

$$\text{ได้ } (6 - 1)! = 5! = 120 \text{ วิธี}$$

ขั้นตอนที่ 2 นำดอกกุหลาบและดอกดาวเรืองมาวางตำแหน่งว่าง 6 ตำแหน่ง

$$\text{เรียงสับเปลี่ยนได้ } \frac{6!}{(6 - 2)!} = \frac{6!}{4!} = 30 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้เท่ากับ  $\frac{120 \times 30}{2} = 1,800$  วิธี

3. มีดอกไม้ 10 ดอกที่แตกต่างกัน มีสีขาว 5 ดอก สีแดง 5 ดอก ถ้านำมาร้อยพวงมาลัย ได้กี่วิธีที่แตกต่างกัน เมื่อ

- 3.1 ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 3.2 ให้สีขาวสลับกับสีแดง
- 3.3 ให้สีขาวอยู่ติดกัน และสีแดงอยู่ติดกัน

**วิธีทำ** 3.1 ต้องการร้อยพวงมาลัยจากดอกไม้ที่แตกต่างกัน 10 ดอก

$$\text{สามารถนำมาร้อยมาลัยได้แตกต่างกันเท่ากับ } \frac{(10-1)!}{2} = \frac{9!}{2} = 181,440 \text{ วิธี}$$

3.2 ต้องการร้อยพวงมาลัยจากดอกไม้ที่แตกต่างกัน 10 ดอก มีสีขาว 5 ดอก และสีแดง 5 ดอก โดยต้องการให้ดอกสีขาวสลับกับดอกสีแดง

ขั้นตอนที่ 1 นำดอกไม้สีขาว (หรือสีแดง) ทั้ง 5 ดอก มาเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมก่อน ได้  $(5-1)! = 4!$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 นำดอกไม้ที่เหลือ 5 ดอกลงในตำแหน่งว่าง ได้ 5! วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในการร้อยมาลัยตามเงื่อนไขได้จำนวนวิธีที่แตกต่างกัน

$$\text{เท่ากับ } \frac{4!5!}{2} = \frac{24 \times 120}{2} = 1,440 \text{ วิธี}$$

3.3 ต้องการร้อยพวงมาลัยจากดอกไม้ที่แตกต่างกัน 10 ดอก มีสีขาว 5 ดอก และสีแดง 5 ดอก โดยต้องการให้ดอกสีขาวอยู่ติดกัน และดอกสีแดงอยู่ติดกัน

ขั้นตอนที่ 1 นำดอกไม้สีขาวมาร้อยติดกัน และนำดอกสีแดงมาร้อยติดกัน

จัดเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมได้  $(2-1)! = 1!$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ดอกไม้สีขาวที่แตกต่างกันเรียงสับเปลี่ยนกันได้ 5! วิธี

ขั้นตอนที่ 3 ดอกไม้สีแดงที่แตกต่างกันเรียงสับเปลี่ยนกันได้ 5! วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในการร้อยมาลัยตามเงื่อนไขได้จำนวนวิธีที่แตกต่างกัน

$$\text{เท่ากับ } \frac{1!5!5!}{2} = \frac{1 \times 120 \times 120}{2} = 7,200 \text{ วิธี}$$

4. มีลูกปัดสีต่าง ๆ กัน 24 ลูก ต้องการนำมาร้อยเป็นสร้อยข้อมือ ถ้ามีลูกปัดสีแดง สีขาว สีเขียว รวมอยู่ด้วย จะสามารถร้อยสร้อยข้อมือได้แตกต่างกันกี่วิธี เมื่อ

- 4.1 ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 4.2 ให้สีแดงอยู่ติดกับสีขาว
- 4.3 ให้สีแดงอยู่ตรงข้ามกับสีเขียว

(ให้ตอบในรูปแฟกทอเรียล)

**วิธีทำ**

4.1 มีลูกปัดสีต่าง ๆ กัน 24 ลูก ต้องการนำมาร้อยเป็นสร้อยข้อมือ

จะร้อยเป็นสร้อยข้อมือได้แตกต่างกันทั้งหมด  $\frac{(24 - 1)!}{2} = \frac{23!}{2}$  วิธี

4.2 มีลูกปัดสีต่าง ๆ กัน 24 ลูก ต้องการนำมาร้อยเป็นสร้อยข้อมือ

โดยให้สีแดงอยู่ติดกับสีขาว จะร้อยเป็นสร้อยข้อมือได้แตกต่างกันทั้งหมด พิจารณาตามขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 จัดให้ลูกปัดสีแดงอยู่ติดกับสีขาว จะสลับที่กันได้  $2!$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 จึงเปรียบเสมือนว่ามีลูกปัดเหลืออยู่ 23 ลูก

จึงเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมได้เท่ากับ  $(23 - 1)! = 22!$  วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในการร้อยลูกปัดได้แตกต่างกันทั้งหมดเท่ากับ  $\frac{2!22!}{2}$  วิธี

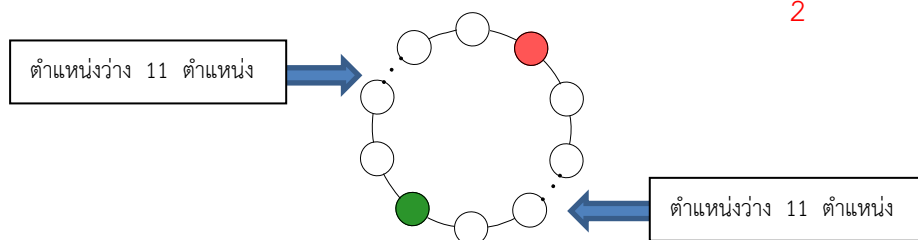
4.3 มีลูกปัดสีต่าง ๆ กัน 24 ลูก ต้องการนำมาร้อยเป็นสร้อยข้อมือ

โดยให้สีแดงอยู่ตรงข้ามกับสีเขียว จะร้อยเป็นสร้อยข้อมือได้แตกต่างกันทั้งหมด พิจารณาตามขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 จัดให้ลูกปัดสีแดงอยู่ตรงข้ามกับสีเขียว ได้ 1 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ลูกปัดที่เหลืออีก 22 ลูก เรียงสับเปลี่ยนลงในตำแหน่งว่างได้  $22!$  วิธี

ดังนั้น วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้เท่ากับ  $\frac{1 \times 22!}{2} = \frac{22!}{2}$  วิธี



## 5. เพลงอุทยานดอกไม้

ศิลปิน : อรวี สัจจานนท์

อัลบั้ม :-

ชมพุกา จำปา จำปี กุหลาบ ราตรี พะยอม อังกาบ ทั้งกรรมกร ลำดวน นมแมว  
ช่อนกลิ่น ยี่โถ ชงโค มณฑา สายหยุด เฟื่องฟ้า ชบา และสร้อยทอง..

บานบุรี ยี่สุ่น ขจร ประดู่ พุดซ้อน พลับพลึง หงอนไก่ พิภพควรปอง..  
งามทานตะวัน รักเร่ กาหลง ประยงค์ พวงทอง บานชื่นสุขสอง พุทธชาติสะอาดแซม...

\*\*พิศ พวงชมพู กระจ่างงาเลื้อยเคียงคู่ ดูสดสวยแฉล้ม รสสุคนธ์ บุญาค นางแย้ม  
สารภีที่ถูใจ... งามอุบลปน จันทร์กะพ้อ ฝีเสื้อแตกกอ พร้อมเล็บมีอนาง พุดตาน  
กล้วยไม้... ดาวเรือง อัญชัน ยี่หุบ มะลิวัลย์แลวีไล ชูช่อไสว ไร่ใจในอุทยาน



จากเนื้อเพลงอุทยานดอกไม้ ให้นักเรียนหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้  
เพื่อนำดอกไม้ทุกชนิด ๆ ละ 1 ดอกมาร้อยเป็นพวงมาลัย จะได้พวงมาลัยที่แตกต่างกันทั้งหมด  
กี่รูปแบบเมื่อต้องการ

5.1 ใช้ดอกไม้ทุกชนิด ชนิดละ 1 ดอก

จากเนื้อเพลงอุทยานดอกไม้ มีดอกไม้ทั้งหมด 49 ชนิด สามารถนำมาร้อยมาลัยได้

แตกต่างกันเท่ากับ  $\frac{(49 - 1)!}{2} = \frac{48!}{2}$  วิธี

5.2 ให้ดอกจำปา จำปี กุหลาบ และราตรี อยู่ติดกัน พิจารณาตามขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 นำดอกไม้ทั้ง 4 ชนิดที่ต้องเรียงติดกันมาเรียงก่อน

ซึ่งจัดเรียงได้  $4!$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 คงเหลือดอกไม้ 46 ชนิดนำมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้

มีจำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ  $\frac{(46 - 1)!}{2} = \frac{45!}{2}$  วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในการร้อยมาลัยได้ทั้งหมดเท่ากับ  $4! \times \frac{45!}{2} = 12 \times 45!$  วิธี

5.3 ให้ดอกดาวเรือง อัญชัญ ยี่หุบ อยู่ติดกัน และดอกยี่โถ ชงโค มณฑา อยู่ติดกัน  
พิจารณาตามขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 นำดอกดาวเรือง อัญชัญ ยี่หุบ มาเรียงติดกันมาเรียงก่อน  
ซึ่งจัดเรียงได้ 3! วิธี

ขั้นตอนที่ 2 นำดอกยี่โถ ชงโค มณฑา มาเรียงติดกันมาเรียงก่อน  
ซึ่งจัดเรียงได้ 3! วิธี

ขั้นตอนที่ 3 คงเหลือดอกไม้ 45 ชนิดนำมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้

$$\text{มีจำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ } \frac{(45 - 1)!}{2} = \frac{44!}{2} \text{ วิธี}$$

$$\text{ดังนั้น จำนวนวิธีในการร้อยมาลัยได้ทั้งหมดเท่ากับ } 3!3! \times \frac{44!}{2} = 18 \times 44! \text{ วิธี}$$

รายชื่อดอกไม้ในเพลงอุทยานดอกไม้

- |                 |              |                |               |                |
|-----------------|--------------|----------------|---------------|----------------|
| 1. ผกากรอง      | 2. จำปา      | 3. จำปี        | 4. กุหลาบ     | 5. ราตรี       |
| 6. พะยอม        | 7. อังกาบ    | 8. กรรณิการ    | 9. ลำดวน      | 10. นมแมว      |
| 11. ช่อนกลีน    | 12. ยี่โถ    | 13. ชงโค       | 14. มณฑา      | 15. สายหยุด    |
| 16. เฟื่องฟ้า   | 17. ชบา      | 18. สร้อยทอง   | 19. บานบุรี   | 20. ยี่สุ่น    |
| 21. ขจร         | 22. ประดู่   | 23. พุดซ้อน    | 24. พลับพลึง  | 25. หงอนไก่    |
| 26. พิภูล       | 27. ทานตะวัน | 28. รักเร่     | 29. กาหลง     | 30. ประยงค์    |
| 31. พวงทอง      | 32. บานชื่น  | 33. พุทธชาติ   | 34. พวงชมพู   | 35. กระดังงา   |
| 36. รสสุคนธ์    | 37. บุญนาศ   | 38. นางแย้ม    | 39. สารภี     | 40. อูบล       |
| 41. จันทร์กะพ้อ | 42. ฝีเสื่อ  | 43. เล็บมือนาง | 44. พุดตาน    | 45. กล้ายี่ไม้ |
| 46. ดาวเรือง    | 47. อัญชัน   | 48. ยี่หุบ     | 49. มะลิวัลย์ |                |



เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน  
เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

ข้อที่	ก	ข	ค	ง	จ
1				✗	
2	✗				
3			✗		
4					✗
5					✗
6		✗			
7			✗		
8				✗	
9		✗			
10	✗				

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน  
เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

ข้อที่	ก	ข	ค	ง	จ
1	✗				
2				✗	
3					✗
4					✗
5		✗			
6			✗		
7				✗	
8			✗		
9	✗				
10		✗			

